

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Казанский государственный архитектурно-строительный
УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра высшей математики

Составители : А.Г.Лабуткин, В.В.Селезнев, Р.Р. Шарипов.

Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Вычисление пределов. Варианты контрольных работ для студентов I курса заочного отделения. (Казанская государственная архитектурно-строительная академия; Сост.: А.Г.Лабуткин, В.В.Селезнев, Р.Р. Шарипов . Казань, 2012 г., 21 с.

**ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ И
АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ.
ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ.
ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ.**

Варианты контрольных работ № 1, 2
для студентов бакалавриата I курса заочного отделения.

© Казанский государственный архитектурно-строительный университет, 2012 г.

Казань - 2012

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА N 1.

Решить задачи, последняя цифра номера примера совпадает с последней цифрой шифра. Значения параметров l и k , входящих в условия задач, определяются соответственно, как третья справа и вторая справа цифры. Например, шифр - 03-88321, тогда $l = 3$, $k = 2$.

Задание № 1.

- 1 - 10. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:
- 1) длину ребра A_1A_2 , 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ,
 - 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$, 4) площадь грани $A_1A_2A_3$,
 - 5) объем пирамиды, 6) уравнение прямой A_1A_2 ,
 - 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$, 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.
1. $A_1(k, 2, 5), A_2(l, 7, 2), A_3(0, 2, 7), A_4(1, 5, 0)$.
 2. $A_1(4, k, 10), A_2(l, 10, 2), A_3(2, 8, 4), A_4(9, 6, 4)$.
 3. $A_1(k, 5, 6), A_2(l, 2, -1), A_3(-1, 4, 5), A_4(-2, 3, 5)$.
 4. $A_1(4, k, 6), A_2(l, 9, 4), A_3(5, 10, 3), A_4(3, 1, 3)$.
 5. $A_1(10, 6, k), A_2(-2, l, 2), A_3(1, -3, 4), A_4(2, -3, 2)$.
 6. $A_1(6, -3, k), A_2(7, l, -7), A_3(4, -1, 4), A_4(4, -3, -2)$.
 7. $A_1(k, 8, 0), A_2(-2, 2, l), A_3(0, 4, -4), A_4(-2, 4, -1)$.
 8. $A_1(2, k, 2), A_2(-2, l, 7), A_3(-2, -2, 5), A_4(-1, -2, 5)$.
 9. $A_1(6, k, 6), A_2(-3, l, 7), A_3(3, -1, 6), A_4(0, -1, 2)$.
 10. $A_1(-1, 0, k), A_2(l, 3, -4), A_3(-2, 1, -3), A_4(-2, 4, -3)$.

Задание № 2.

Решить задачу в соответствии с вариантом.

1. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от начала координат и от точки $A(k+1, l)$ относятся как 2 : 1.
2. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от точки $A(2, k-4)$ и от прямой $(l+1)x + k = 0$ относятся как $1 : \sqrt{k+2}$.
3. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой до точки $A(-1, l-5)$ и до прямой $x = -k - 2$ относятся как 5 : 4.
4. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $A(k-5, 0)$, чем от точки $B(l+5, 0)$.
5. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(2, l-5)$ и от прямой $(k+1)x + l = 0$ относятся как 4 : 5.

6. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится от точки $A(0, l+5)$ на расстоянии вдвое меньше, чем от точки $B(0, k-5)$.
7. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от точки $A(k, l-5)$ и прямой $y = k+5$.
8. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от прямой $x = -k$ и от окружности $x^2 + y^2 = 2(l+1)x$.
9. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой отстоит от точки $A(-k-1, l-5)$ вдвое дальше, чем от начала координат.
10. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от прямой $y = -l$ и от окружности $x^2 + y^2 = 2(k+1)y$.

Задание № 3.

Решить задания, последняя цифра шифра совпадает с последней цифрой номера примера. Значение параметра m равно предпоследней цифре шифра, если $m = 0$, то брать третью цифру справа; где n - последняя цифра текущего года.

1 - 10. Дана система линейных уравнений :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 + n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Доказать ее совместность и решить методом Гаусса.

1.
$$\begin{cases} mx_1 + 2x_2 + x_3 = 5 + n \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + (m-1)x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} mx_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 + n \\ 2x_1 + (m-2)x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} mx_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 + n \\ 2x_1 + (m-3)x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} mx_1 + x_2 + 2x_3 = -1 + n \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 - (m-4)x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} mx_1 - x_2 - x_3 = 4 + n \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + (m-5)x_3 = 11 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} mx_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 + n \\ 2x_1 - (m-6)x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} mx_1 + x_2 - x_3 = 1 + n \\ 8x_1 - 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ 4x_1 + (m-7)x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} mx_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3 + n \\ 3x_1 - (m-8)x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 7x_1 + (m+9)x_2 = 31 + n \\ 4x_1 + (m+9)x_3 = -43 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} (m+1)x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 + n \\ 5x_1 + (m-2)x_2 + 2x_3 = 20 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

Задание № 4.

21 – 30. Привести к каноническому виду уравнения линий второго порядка. Сделать чертежи.

$$21. mx^2 + 2y^2 = 2, \quad \frac{x^2}{4} - \frac{my^2}{2} = 3, \quad 2x^2 - 4mx + 2y + 1 = 0$$

$$22. \frac{x^2}{3} + \frac{my^2}{2} = 3, \quad y^2 - \frac{mx^2}{4} = 2, \quad x^2 + 2mx - 3y - 3 = 0$$

$$23. 2mx^2 + 3y^2 = 1, \quad 2x^2 - \frac{my^2}{2} = 3, \quad 3x^2 - 30mx + y + 4 = 0$$

$$24. 4mx^2 + y^2 = 2, \quad 2my^2 - x^2 = 1, \quad 2y^2 + 3mx + 4y + 4 = 0$$

$$25. mx^2 + 3y^2 = 3, \quad \frac{x^2}{2} - my^2 = 2, \quad y^2 - 2mx - 4y + 5 = 0$$

$$26. 3mx^2 + \frac{y^2}{2} = 4, \quad -x^2 + 2my^2 = 2, \quad 3x^2 - 18mx - y + 14 = 0$$

$$27. \frac{mx^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 2, \quad x^2 - 3my^2 = 3, \quad x^2 + 4mx + 3y - 6 = 0$$

$$28. 4mx^2 + 5y^2 = 4, \quad \frac{x^2}{4} - \frac{my^2}{3} = 2, \quad x^2 + 8mx - 4y - 3 = 0$$

$$29. \frac{mx^2}{2} + y^2 = 3, \quad 2my^2 - 3x^2 = 4, \quad 3y^2 + 18my - 2x + 10 = 0$$

$$30. \frac{mx^2}{2} + y^2 = 2, \quad \frac{x^2}{3} - \frac{my^2}{4} = 2, \quad y^2 + 6mx + 6y - 11 = 0$$

Контрольная работа № 2.

Таблица к заданию № 1

| Номер варианта соответствует двум последним цифрам шифра | НОМ Е Р А | З А Д А Н И Й |
|---|-------------------------|---------------|
| 01 | 1 4 25 28 49 52 73 76 | |
| 02 | 3 6 27 30 51 54 75 78 | |
| 03 | 5 8 29 32 53 56 77 80 | |
| 04 | 7 10 31 34 55 58 79 66 | |
| 05 | 9 12 33 36 57 60 65 68 | |
| 06 | 11 14 35 38 59 45 67 70 | |
| 07 | 13 16 37 40 44 47 69 72 | |
| 08 | 15 18 39 23 46 49 71 74 | |
| 09 | 17 20 22 25 48 51 73 76 | |
| 10 | 19 5 24 27 50 53 75 78 | |
| 11 | 1 7 26 29 52 55 77 80 | |
| 12 | 6 9 28 31 54 57 79 63 | |
| 13 | 8 11 30 33 56 59 61 64 | |
| 14 | 10 13 32 35 58 41 62 67 | |
| 15 | 12 15 34 37 60 43 65 68 | |
| 16 | 14 17 36 39 42 51 66 71 | |
| 17 | 16 19 38 40 41 52 69 72 | |
| 18 | 18 3 21 23 42 53 70 75 | |
| 19 | 20 4 21 24 43 54 73 76 | |
| 20 | 2 3 22 26 44 55 74 79 | |
| 21 | 2 5 24 27 45 56 77 80 | |
| 22 | 4 8 25 30 46 57 78 79 | |
| 23 | 6 9 28 31 47 58 61 66 | |
| 24 | 7 12 29 33 48 59 62 67 | |
| 25 | 10 13 32 36 49 60 63 68 | |
| 26 | 11 16 34 37 50 52 64 69 | |
| 27 | 14 17 35 40 41 53 65 74 | |
| 28 | 15 19 38 25 42 54 70 75 | |
| 29 | 18 1 39 30 43 55 71 76 | |
| 30 | 20 7 21 31 44 56 72 77 | |
| 31 | 4 8 22 32 45 57 73 78 | |
| 32 | 3 9 23 33 46 58 74 79 | |

| Номер варианта соответствует двум последним цифрам шифра | НОМ Е Р А | З А Д А Н И Й |
|---|-------------------------|---------------|
| 33 | 1 2 24 34 47 59 75 80 | |
| 34 | 10 16 25 35 48 60 76 68 | |
| 35 | 5 18 26 36 49 51 61 69 | |
| 36 | 7 19 27 37 50 48 62 70 | |
| 37 | 6 20 28 38 41 49 63 71 | |
| 38 | 2 17 29 39 42 50 64 72 | |
| 39 | 11 15 30 40 43 51 65 73 | |
| 40 | 12 16 31 35 44 52 66 74 | |
| 41 | 13 17 32 36 45 53 67 75 | |
| 42 | 14 18 33 37 46 54 68 76 | |
| 43 | 15 19 34 38 47 55 69 77 | |
| 44 | 16 20 35 39 48 56 70 78 | |
| 45 | 17 1 36 40 49 57 71 79 | |
| 46 | 18 2 37 22 50 58 72 80 | |
| 47 | 19 3 38 23 51 59 73 67 | |
| 48 | 20 4 39 24 52 60 61 68 | |
| 49 | 1 5 40 30 53 42 62 69 | |
| 50 | 2 6 25 31 54 60 63 70 | |
| 51 | 3 7 26 32 41 59 64 71 | |
| 52 | 4 8 27 33 42 58 65 72 | |
| 53 | 5 9 28 34 43 57 66 73 | |
| 54 | 6 10 29 35 44 56 67 74 | |
| 55 | 7 11 30 36 45 55 68 75 | |
| 56 | 8 12 31 37 46 54 69 76 | |
| 57 | 9 13 32 38 47 53 70 77 | |
| 58 | 10 14 33 39 48 52 71 78 | |
| 59 | 11 15 34 40 49 55 72 79 | |
| 60 | 12 16 35 34 50 56 73 80 | |
| 61 | 13 17 36 25 51 57 74 73 | |
| 62 | 14 18 37 26 52 58 61 74 | |
| 63 | 15 18 38 27 53 59 62 75 | |
| 64 | 16 20 39 32 54 60 63 76 | |
| 65 | 17 3 28 33 55 58 64 77 | |
| 66 | 18 4 29 34 56 47 65 78 | |
| 67 | 19 5 30 35 42 48 66 79 | |
| 68 | 20 6 31 36 43 49 67 80 | |
| 69 | 1 7 32 37 44 50 68 71 | |

Номер варианта
соответствует
двум последним
цифрам шифра

НОМ Е РА
З А Д А Н И Й

| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 70 | 2 | 8 | 33 | 38 | 45 | 51 | 63 | 72 |
| 71 | 3 | 9 | 34 | 39 | 46 | 52 | 64 | 70 |
| 72 | 4 | 10 | 35 | 40 | 47 | 53 | 62 | 71 |
| 73 | 5 | 11 | 36 | 26 | 48 | 54 | 63 | 72 |
| 74 | 6 | 12 | 37 | 27 | 49 | 55 | 64 | 73 |
| 75 | 7 | 13 | 38 | 30 | 50 | 56 | 65 | 75 |
| 76 | 8 | 14 | 21 | 31 | 51 | 57 | 67 | 76 |
| 77 | 9 | 10 | 22 | 32 | 52 | 59 | 75 | 76 |
| 78 | 1 | 11 | 23 | 33 | 54 | 67 | 68 | 77 |
| 79 | 2 | 12 | 24 | 35 | 59 | 60 | 69 | 78 |
| 80 | 3 | 13 | 25 | 54 | 55 | 54 | 70 | 79 |
| 81 | 4 | 14 | 26 | 36 | 43 | 55 | 71 | 80 |
| 82 | 5 | 15 | 27 | 37 | 44 | 56 | 72 | 72 |
| 83 | 6 | 16 | 28 | 38 | 45 | 57 | 61 | 73 |
| 84 | 7 | 17 | 29 | 39 | 46 | 58 | 62 | 74 |
| 85 | 8 | 18 | 30 | 40 | 47 | 59 | 63 | 75 |
| 86 | 9 | 19 | 31 | 37 | 48 | 60 | 64 | 76 |
| 87 | 10 | 20 | 32 | 38 | 49 | 53 | 65 | 77 |
| 88 | 11 | 16 | 33 | 39 | 50 | 54 | 66 | 78 |
| 89 | 12 | 17 | 34 | 40 | 51 | 55 | 67 | 79 |
| 90 | 13 | 18 | 35 | 22 | 52 | 56 | 68 | 80 |
| 91 | 14 | 19 | 36 | 23 | 53 | 57 | 69 | 79 |
| 92 | 15 | 20 | 37 | 24 | 54 | 58 | 70 | 78 |
| 93 | 16 | 2 | 38 | 25 | 55 | 59 | 71 | 77 |
| 94 | 17 | 3 | 39 | 26 | 56 | 60 | 72 | 62 |
| 95 | 18 | 4 | 40 | 27 | 57 | 50 | 61 | 64 |
| 96 | 19 | 5 | 22 | 28 | 41 | 42 | 63 | 66 |
| 97 | 20 | 6 | 23 | 29 | 41 | 44 | 65 | 68 |
| 98 | 1 | 7 | 24 | 22 | 43 | 46 | 67 | 70 |
| 99 | 2 | 8 | 21 | 24 | 45 | 48 | 69 | 72 |
| 00 | 3 | 2 | 23 | 26 | 47 | 50 | 71 | 74 |

Задание № 1.

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 2}{3x^3 - x^4}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-2x)^3}{2x(x^2+1)+3x}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{\sqrt[3]{2x-1}}}{2\sqrt{x+2}+3x}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-2x^3}{(x^2-1)(x+2)}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^3}{x^4 + 2x + 1}$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x(x+3)}{(x-1)(x+2)^2}$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{(x-1)(x+5)}$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-3x^2}{2-3x+x^2}$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 1}{(x-1)x^2 + (3x+1)^3}$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)(x^2+1)^2}{4x^6 + x - 1}$
11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{3x - x^2 + 1}$
12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x(x^2+3)-1}{(x+1)^3 - 2x}$
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)(x^2+2)}{4x^3 + 2x^2 + 1}$
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^3}{x^2 + 2x^4 - 1}$
15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)^3}{3(x-2)(x+3)^2 - 1}$
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2-3x^2)(x+1)}{2+3x^3}$
17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2x^2}{5x^2-2x+3}$
18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x^2(3x-1)}{1+x+(x-2)^3}$
19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)^2(2-x^2)}{3x^4+2}$
20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x^4-1}{2x^4-3x^3}$
21. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+x-2}{x^2+3x+2}$
22. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{\sqrt{17-x}-4}$
23. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-5x+4}$
24. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x^2-x-20}$
25. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{10+x-3}}{x+1}$
26. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+6x+8}{x+2}$
27. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-4}{\sqrt{5-2x}-3}$
28. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{4-x^2}$

$$29. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{5-x}-3}{4+x}$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$$

$$33. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2+x-1}{4x^2-1}$$

$$35. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-2x-3}{x^2-1}$$

$$37. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{5-2x}-3}{x^2-4}$$

$$39. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{4+x}{x^2+5x+4}$$

$$41. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{tgx} \cdot x}{\sqrt[3]{x^2 \sin 2x}}$$

$$43. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x \cdot \sin^3 x}{3x^2 \operatorname{tg} 3x}$$

$$45. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} x}{\sqrt{\sin^3 3x}}$$

$$47. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos^2 5x}{\sin^3 x}$$

$$49. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{(1 - \cos 4x)^{3/2}}$$

$$51. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sin^2 2x \cdot \cos^2 3x}$$

$$53. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \sin^2 x}{\sqrt[3]{(1 - \cos 3x)^2}}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{7-x}{2\sqrt{x-3}-4}$$

$$32. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x-1-\sqrt{x+1}}$$

$$34. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{3(\sqrt{x-4}-\sqrt{2})}$$

$$36. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{\sqrt{x+7}-2}$$

$$38. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{x^2-3x+2}$$

$$40. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-3x}{x^2+2x}$$

$$42. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg}(x^2)}$$

$$44. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 2x - \cos 2x}{x^2 \cdot \sin 3x}$$

$$46. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot \sin^2 2x}{3x \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{3}}$$

$$48. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sin^2 x}$$

$$50. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{2x \cdot \sin \frac{x}{2}}$$

$$52. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} \cdot \sin 2x}{\cos 4x - 1}$$

$$54. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sqrt[3]{x \sin 4x}}$$

$$57. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{2x \cdot \sin 3x}$$

$$59. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$$

$$61. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{5+x} \right)^{2-x}$$

$$63. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{4+x} \right)^{\frac{x}{3}}$$

$$65. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{\frac{3x}{2}}$$

$$67. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2}{3+4x^2} \right)^{-x^2}$$

$$69. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{2+3x} \right)^{x+1}$$

$$71. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+2}{3x^2} \right)^{-x}$$

$$73. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+7}{5x+1} \right)^{\frac{3x}{2}}$$

$$75. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+4x}{4x-3} \right)^{-3x}$$

$$77. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-2x}{2-2x} \right)^{2x-1}$$

$$79. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x} \right)^{\frac{x+1}{2}}$$

$$58. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \operatorname{tg} 3x}{1 - \cos 3x}$$

$$60. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^3}{\operatorname{tg}^3 x - \sin^3 x}$$

$$62. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^{3x}$$

$$64. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+1} \right)^{2x}$$

$$66. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+5x}{3+5x} \right)^{1-x}$$

$$68. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5+2x}{2x-3} \right)^{1-2x}$$

$$70. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5+x}{x-3} \right)^{2+x}$$

$$72. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{2-x}$$

$$74. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-x}{5-x} \right)^{\frac{x-1}{2}}$$

$$76. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5-x^2}{x^2+8} \right)^{\frac{3x}{2}}$$

$$78. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3x^2}{3x^2-4} \right)^{\frac{x^2}{2}}$$

$$80. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+3x^2}{1+3x^3} \right)^{\frac{x^3}{3}}$$

Таблица
к заданиям №№ 2,3,4

| Номер варианта соответствует двум последним цифрам шифра | номера заданий | | | | |
|---|----------------|----|----|-----|-----|
| 01 | 1 | 32 | 63 | 94 | 125 |
| 02 | 2 | 33 | 64 | 95 | 126 |
| 03 | 3 | 34 | 65 | 96 | 127 |
| 04 | 4 | 35 | 66 | 97 | 128 |
| 05 | 5 | 36 | 67 | 98 | 129 |
| 06 | 6 | 37 | 68 | 99 | 130 |
| 07 | 7 | 38 | 69 | 100 | 131 |
| 08 | 8 | 39 | 70 | 101 | 132 |
| 09 | 9 | 40 | 71 | 102 | 133 |
| 10 | 10 | 41 | 72 | 103 | 134 |
| 11 | 11 | 42 | 73 | 104 | 135 |
| 12 | 12 | 43 | 74 | 105 | 136 |
| 13 | 13 | 44 | 75 | 106 | 137 |
| 14 | 14 | 45 | 76 | 107 | 138 |
| 15 | 15 | 46 | 77 | 108 | 139 |
| 16 | 16 | 47 | 78 | 109 | 140 |
| 17 | 17 | 48 | 79 | 110 | 141 |
| 18 | 18 | 49 | 80 | 111 | 142 |
| 19 | 19 | 50 | 81 | 112 | 143 |
| 20 | 20 | 51 | 82 | 113 | 144 |
| 21 | 21 | 52 | 83 | 114 | 145 |
| 22 | 22 | 53 | 84 | 115 | 146 |
| 23 | 23 | 54 | 85 | 116 | 147 |
| 24 | 24 | 55 | 86 | 117 | 148 |
| 25 | 25 | 56 | 87 | 118 | 149 |
| 26 | 26 | 57 | 88 | 119 | 150 |
| 27 | 27 | 58 | 89 | 120 | 125 |
| 28 | 28 | 59 | 90 | 94 | 126 |
| 29 | 29 | 60 | 63 | 95 | 127 |

| Номер варианта соответствует двум последним цифрам шифра | номера заданий | | | | |
|---|----------------|----|----|-----|-----|
| 30 | 30 | 32 | 64 | 96 | 128 |
| 31 | 1 | 33 | 65 | 97 | 129 |
| 32 | 2 | 34 | 66 | 98 | 130 |
| 33 | 3 | 35 | 67 | 99 | 131 |
| 34 | 4 | 36 | 68 | 100 | 132 |
| 35 | 5 | 37 | 69 | 101 | 133 |
| 36 | 6 | 38 | 70 | 102 | 134 |
| 37 | 7 | 39 | 71 | 103 | 135 |
| 38 | 8 | 40 | 72 | 104 | 136 |
| 39 | 9 | 41 | 73 | 105 | 137 |
| 40 | 10 | 42 | 74 | 106 | 138 |
| 41 | 11 | 43 | 75 | 107 | 139 |
| 42 | 12 | 44 | 76 | 108 | 140 |
| 43 | 13 | 45 | 77 | 109 | 141 |
| 44 | 14 | 46 | 78 | 110 | 142 |
| 45 | 15 | 47 | 79 | 111 | 143 |
| 46 | 16 | 48 | 80 | 112 | 144 |
| 47 | 17 | 49 | 81 | 113 | 145 |
| 48 | 18 | 50 | 82 | 114 | 146 |
| 49 | 19 | 51 | 83 | 115 | 147 |
| 50 | 20 | 52 | 84 | 116 | 148 |
| 51 | 21 | 53 | 85 | 117 | 149 |
| 52 | 22 | 54 | 86 | 118 | 150 |
| 53 | 23 | 55 | 87 | 119 | 121 |
| 54 | 24 | 56 | 88 | 120 | 122 |
| 55 | 25 | 57 | 89 | 91 | 123 |
| 56 | 26 | 58 | 90 | 92 | 124 |
| 57 | 27 | 59 | 61 | 93 | 128 |
| 58 | 28 | 60 | 62 | 95 | 129 |
| 59 | 29 | 31 | 64 | 96 | 130 |
| 60 | 30 | 33 | 65 | 97 | 131 |
| 61 | 1 | 34 | 66 | 98 | 132 |

| Номер варианта соответствует двум последним цифрам шифра | номера заданий | | | | |
|---|----------------|----|----|-----|-----|
| 94 | 4 | 42 | 70 | 103 | 135 |
| 95 | 5 | 43 | 71 | 104 | 136 |
| 96 | 6 | 44 | 72 | 105 | 137 |
| 97 | 7 | 45 | 73 | 106 | 121 |
| 98 | 8 | 46 | 74 | 91 | 122 |
| 99 | 9 | 47 | 61 | 92 | 123 |
| 00 | 10 | 31 | 62 | 93 | 124 |

Задание № 2.

1-30. Найдите производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций:

1. $y = 2\sqrt{4x+5} - \frac{3}{\sqrt{x^2+2x+1}}$; $y = (e^{-\sin x} + 1)^2$;

$y = \ln \cos(2x-3)$; $y = x^x$; $tg\left(\frac{y}{x}\right) = 3x$.

2. $y = x^2\sqrt{1+x^2}$; $y = \cos x / \sin^2 x$; $y = \arctg e^{3x}$;

$y = x^{1/x}$; $y = x + \arcsin y = 0$.

3. $y = x\sqrt{1-x^3}$; $y = 1/\cos^2 x$; $y =$

$\arcsin \sqrt{1-3x}$; $y = x^{\ln x}$; $y \cos x = \sin(x+y)$.

4. $y = (1-x)\sqrt{1-2x+5x^2}$; $y = \frac{\sin x}{x \cos x}$;

$y = \ln tg(2x)$; $y = x\sqrt{x}$; $\frac{x}{y} = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$.

5. $y = x/\sqrt{1-x^2}$; $y = \sin^2 x / (1 + \cos^2 x)$;

$y = \ln^2 \sin(3x)$; $y = x^{\arctg 3x}$; $e^{x+y} - 2xy = 0$.

6. $y = 5/\sqrt[3]{x^2-2x+2}$; $y = x tg^3(x^2-1)$;

$y = 3^{\arctg 2x}$; $y = x^{\sin^2 x}$; $y^2 x = \ln \frac{x}{y}$.

7. $y = \sqrt{(1+x^2)/(1-x^2)}$; $y = x \ln \cos(3x)$;

$y = \arcsin \sqrt{1-x^2}$; $y = (x+x^2)^x$; $x^3 + y^3 = 4xy$.

8. $y = 2\sqrt{x^5+2x-3/x}$; $y = \ln^2 \frac{x}{\sin x}$;

$y = \arctg(tg^2 x)$; $y = x^{\sin 4x}$; $x - y + \sin(2xy) = 0$.

9. $y = x\sqrt{x^2-x+1}$; $y = 2^x e^{-x}$; $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$;

$y = x^{-\cos x}$; $\ln(xy) = \arctg y$.

10. $y = (1-x)\sqrt[3]{x^3+1}$; $y = tg^3 x + e^x \sin x$;

$y = \frac{2x^2}{x+1}$; $y = (\sin x)^{x^2}$; $x - y + e^y \arctg x = 0$.

11. $y = x^2\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-x^2}$; $y = \ln tg\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$;

$y = e^{\sqrt{x} \sin x}$; $y = (x+1)^{\cos^2 x}$;

$x^3 + y^3 - \arcsin(2xy) = 0$.

12. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$; $y = x 3^{\arctg e^x}$; $y = \sin^4 \cos(3x)$;

$y = (\cos x)^{x^2}$; $\cos(xy) + e^{xy} = 1$.

13. $y = \frac{1+x^2}{1-x^2} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; $y = x \arcsin^2(3x)$;

$y = 3^{x/tg x}$; $y = (ctg 2x)^x$; $x - y = \sin^2(x-y)$.

14. $y = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3$; $y' = (\cos 3x) / \sin^2 3x$;

$y = x \ln(\sqrt{x} - tg x)$; $y = x^{tg^2 \sqrt{x}}$; $y = \arctg(3xy)$.

15. $y = \frac{x}{\sqrt{x^4-1}}$; $y = tg^3 x - \frac{\sin 2x}{2\cos^2 x}$;

$y = \ln^2 \cos(4x-1)$; $y = x^{e^{2x}}$; $x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$.

16. $y = (x^2+1)\sqrt{1-x^2}$; $y = \cos^2(\ln x) + ctg^3(3x)$;

$y = 2^{x \arctg x}$; $y = x^{tg x}$; $y^2 = x^2 + \ln \frac{y}{x}$.

17. $y = \sqrt[3]{2x-1} \sin \sqrt{x}$; $y = \frac{\arctg x}{x^2}$;

$y = 2^{x \arctg \frac{1}{x}}$; $y = x^2 \sqrt{x}$; $y = \ln^2(x-y)$.

18. $y = (1+x)/\sqrt{1-x}$; $y = \sqrt{x} 5^{\arcsin 2x}$;

$y = \ln(\sin x + \sqrt{1+\sin^2 x})$; $y = (\sqrt{x})^x$;

$y = x^2 y - xy^2$.

19. $y = \sqrt[3]{3x} \sqrt{x^2-2x+2}$; $y = e^{tg^2 x} 2^{\frac{1}{x}}$;

$y = \ln^2 \cos \sqrt{x}$; $y = (\arcsin 2x)\sqrt{x}$; $y = \sin^2(xy)$.

20. $y = \sqrt{1+x e^{2x}}$; $y = (\sin^3 x) \sin x^3$;

$y = \arcsin(x/\sqrt{1-x^2})$; $y = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{2x}$;

$e^{xy} = y^2$.

21. $y = (1 - \sqrt{x})^2/x$; $y = (\sin^2 \sqrt{x}) \arcsin \sqrt{x}$;
 $y = \ln \arctg \sqrt{1 - e^{2x}}$; $y = (x^3 + 1)^{\operatorname{ctg} x}$; $y = x^{2^{xy}}$.
22. $y = x \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x^2$; $y = \sqrt[3]{1 + \cos 6x}$;
 $y = \sqrt{x \ln^2 \arctg \sqrt{x}}$; $y = 1/(x^x)$; $y = e^{x+y}$.
23. $y = \frac{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}{x} + \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}}$; $y = \frac{-2 \cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2} + 3 \cos \frac{x}{2}}$;
 $y = x \ln \arcsin x$; $y = (x^2 + 1)^{2x}$; $x^y - y^x = 0$.
24. $y = (1 + 2x^5) \sqrt{1 + 3x}$; $y = \ln^2 \sqrt{\cos x}$;
 $y = 2^{x \operatorname{arctg} x}$; $y = x^{\arccos \sqrt{x}}$; $\ln y + x^3 = x^2 e^y$.
25. $y = \frac{1}{1 + x + x^2} + \sqrt{x^2 + x + 1}$; $y = x^{4 \operatorname{ctg}^3 \frac{1}{x}}$;
 $y = \arctg^2 \frac{5x}{2+x}$; $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$; $x - y = \operatorname{tg}(xy)$.
26. $y = x^4 \sqrt[3]{x^5 - 8}$; $y = e^{\arcsin \sqrt{x^2 - 1}}$;
 $y = \sin^2(\cos x) + \cos(\sin^2 x)$; $y = x^{\ln x}$;
 $xy^2 = \sin(x + y)$.
27. $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$; $y = \frac{2}{x} e^{\cos x}$;
 $y = x \arctg \sqrt{\frac{1-x}{1+x^2}}$; $y = (\ln x)^{\ln x}$;
 $e^x + e^y - 2^{xy} = 1$.
28. $y = x \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$; $y = \cos^3(2^x)$; $y = \ln \arctg \sqrt{x}$;
 $y = (x^2 - 1)^{x^2 - 1}$; $\arctg(xy) - e^{xy} + x = 0$.
29. $y = x \sqrt[3]{x^2 - 2x}$; $y = 2^{\cos x} \sqrt{\sin \frac{x}{2}}$;
 $y = \arcsin \frac{1-x}{1+2x}$; $y = (2x)^{\cos x}$; $e^{x+y} = y^2$.
30. $y = (1 - \sqrt{x}) \sqrt{1 + x^2}$; $y = 2^{\sin^2 x} \left(x - \frac{1}{\cos x}\right)$;
 $y = 2 \ln^3 \arctg x$; $y = (x + 1)^{\frac{2}{x}}$;
 $\sin(y - x^2) = y - x^2$.

Задание № 3.

31-60. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

31. $y = x^3 - 12x + 7$, $[0; 3]$ 32. $y = x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 2$, $[0; 2]$
33. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \cos x$, $[0; \frac{\pi}{2}]$ 34. $y = 3x^4 - 16x^3 + 2$, $[-3; 1]$
35. $y = x^3 - 3x + 1$, $[\frac{1}{2}; 2]$ 36. $y = x^4 + 4x$, $[-2; 2]$
37. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \sin x$, $[0; \frac{\pi}{2}]$ 38. $y = 81x - x^4$, $[-1; 4]$
39. $y = 3 - 2x^2$, $[-1; 3]$ 40. $y = x - \sin x$, $[-\pi; \pi]$
41. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$, $[0; 2]$ 42. $y = 3x^4 + 4x^3 + 1$, $[-2; 1]$
43. $y = x^2 - \frac{x^4}{4}$, $[-1; 1]$ 44. $y = x^3 - 3x^2 + 3x$, $[0; 2]$
45. $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$, $[0; 2]$ 46. $y = x^4 - 2x^2 + 5$, $[-2; 2]$
47. $y = x + 2\sqrt{x}$, $[0; 4]$ 48. $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3$, $[-1; 2]$
49. $y = x^3 - 3x^2 + 6x$, $[-1; 1]$ 50. $y = \sqrt{100 - x^2}$, $[-6; 8]$
51. $y = (x - 1)(x + 1)$, $[0; 4]$ 52. $y = \sin 2x - x$, $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
53. $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$, $[-2; 0]$ 54. $y = \frac{1}{4}(1 - x^2)^2$, $[-2; 0]$
55. $y = x^2/(1 + x^2)$, $[-1; 1]$ 56. $y = 2x^3 - 3x^2$, $[0; 2]$
57. $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x$, $[-2; 0]$ 58. $y = 2x^3 - 6x + 5$, $[-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}]$
59. $y = x - \ln(1 + x)$, $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$ 60. $y = \frac{1-x+x^2}{1+x-x^2}$, $[0; 1]$

Задание №4

К №№61-150

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить её график.

61. $y = 3 + 3x - x^3$
 63. $y = \frac{x^3}{6} - x^2$
 65. $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$
 67. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 9$
 69. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x$
 71. $y = x^3 - x^2$
 73. $y = (x+1)(x+2)^2$
 75. $y = x^2 - x^3$
 77. $y = x^3 - 3x + 1$
 79. $y = x^3 - 3x^2 - 9x$
 81. $y = 4x - \frac{x^3}{3}$
 83. $y = x^3 + 3x^2 - 1$
 85. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2$
 87. $y = 3x^2 - x^3$
 89. $y = 9x + 3x^2 - x^3$
 91. $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$
 93. $y = \frac{x-1}{x^2}$
 95. $y = \frac{1}{x^2-1}$
 97. $y = \frac{2-3}{7-x}$
 99. $y = \frac{x}{x^2+1}$
 62. $y = x^3 - 3x + 1$
 64. $y = x^2(1-x) - 2$
 66. $y = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$
 68. $y = x^4 - 5x^2 + 4$
 70. $y = (2x-1)^2x$
 72. $y = 36x - 3x^2 - 2x^3$
 74. $y = x^4 - 2x^2 + 3$
 76. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 3$
 78. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$
 80. $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$
 82. $y = x(1-x)^2$
 84. $y = x^3 - 12x - 3$
 86. $y = x^3 - 3x - 3$
 88. $y = x(x+1)(x+2)$
 90. $y = 2 + (x-1)^3$
 92. $y = \frac{x+1}{x^2}$
 94. $y = \frac{3-x^2}{x+2}$
 96. $y = \frac{x}{2} + \frac{3}{x^2}$
 98. $y = \frac{1}{2x} + 4x$
 100. $y = \frac{x}{x^2-1}$

101. $y = \frac{x^2+1}{x^2+3}$
 103. $y = \frac{x^2}{x+4}$
 105. $y = x + \frac{4}{x+2}$
 107. $y = x + \frac{1}{x}$
 109. $y = \frac{x^2-3}{x^2+3}$
 111. $y = \frac{x^2+3}{x+1}$
 113. $y = \frac{x^2-3}{x^2+3}$
 115. $y = \frac{x-1}{x^2+8}$
 117. $y = \frac{x+1}{x^2+5}$
 119. $y = x + 2$
 121. $y = x - \ln x$
 123. $y = \ln(2x-1)$
 125. $y = e^{-x}$
 127. $y = x^2\sqrt{x}$
 129. $y = xe^x$
 131. $y = e^{x^2}$
 133. $y = \sqrt[3]{x^2}$
 135. $y = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$
 137. $y = (x+3)^{3/2}$
 139. $y = 3\sqrt[3]{x} - x$
 141. $y = x\sqrt[3]{x}$
 143. $y = \operatorname{ctg} 2x$
 145. $y = \operatorname{arctg} x$
 147. $y = \operatorname{arccos} x$
 149. $y = \cos 3x$
 102. $y = \frac{-x^2}{x-1}$
 104. $y = \frac{x-1}{x+5}$
 106. $y = 2x + \frac{1}{x^2}$
 108. $y = x + \frac{1}{x}$
 110. $y = \frac{x^2+4}{x}$
 112. $y = \frac{x^2+3}{x^2-2}$
 114. $y = \frac{x+1}{x^2+9}$
 116. $y = \frac{x}{x^2+5}$
 118. $y = \frac{x+8}{x^2+5}$
 120. $y = \frac{x}{x-2}$
 122. $y = x \ln x$
 124. $y = e^{2x-2}$
 126. $y = x\sqrt{x}$
 128. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$
 130. $y = x - 2 \ln x$
 132. $y = 2x - \ln x$
 134. $y = \sqrt[3]{x}$
 136. $y = \frac{e^x-e^{-x}}{2}$
 138. $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{x}$
 140. $y = x + e^{-x}$
 142. $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}$
 144. $y = \operatorname{tg} 2x$
 146. $y = \operatorname{arctg} x$
 148. $y = \operatorname{arcsin} x$
 150. $y = \sin 2x$