

Гр. 2

Лабораторная работа №1

Оптимизация развития сети соединительных линий на ГТС и СТС.

Постановка задачи: Необходимо определить наиболее эффективный вариант наращивания емкостей межстанционной связи между двумя АТС в течение заданного периода.

Исходные данные:

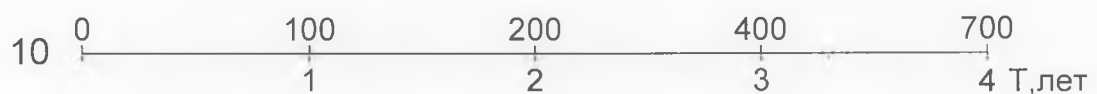
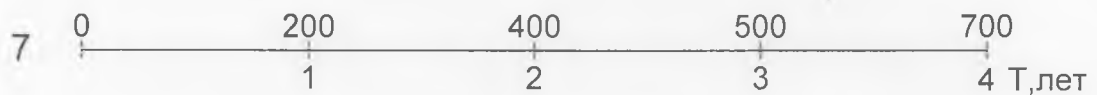
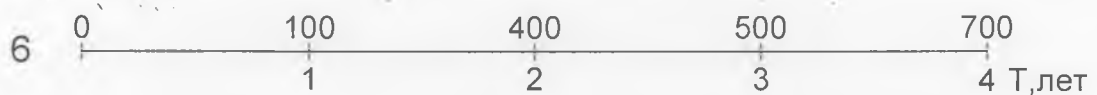
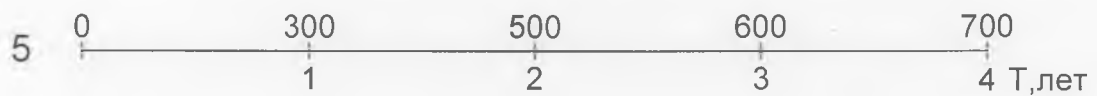
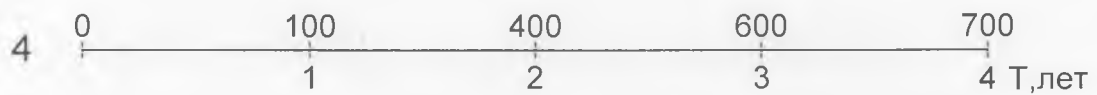
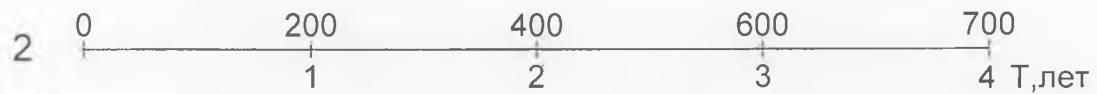
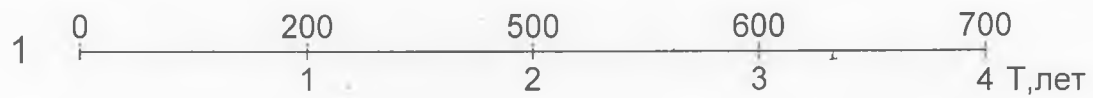
1. Длительность планового периода – 4 года.
2. Величина пучка к концу каждого года определяется по варианту.
3. Длина соединительной линии $L =$ см стр 3
4. Стоимость 1 км кабеля (0.5 мм) в руб
 - 100 x 2 – 1270
 - 200 x 2 – 2640
 - 300 x 2 – 3340
 - 400 x 2 – 4470
 - 500 x 2 – 5440
 - 600 x 2 – 6380
 - 700 x 2 – 7460
5. Коэффициент учитывающий затраты на монтаж
 $K_{\text{монг}} = 1.65$
6. Стоимость комплекта РСЛ на 1 канал – 41 руб
7. Стоимость пупиновской катушки на 1 кан/км – 4.7 руб
8. Норматив для приведения разновременных затрат (0.1).

Отчет о работе должен быть индивидуальный. В отчет включается:

1. Постановка задачи.
2. Исходные данные по варианту.
3. Содержание расчетов по каждому шагу (этапу), включая промежуточные расчеты.
4. Графическая модель наращивания пучка соединительных линий (в соответствии с вариантом)
5. Оптимальная последовательность наращивания пучка соединительных линий (выделяется на построенной модели или выполняется отдельно в масштабе, принятом для графической модели).
6. Проверка оптимальности полученного результата (по сравнению с произвольно взятой или заданной последовательностью наращивания пучка)

**Порядок наращивания емкости пучка соединительных линий по годам.
(последняя цифра студенческого билета)**

Вариант.



Длина соединительной линии L (предпоследняя цифра студенческого билета)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
L	14	13	12	11	13	15	14	12	13	11

Определение оптимального варианта наращивания емкости пучка соединительных линий основано на применении метода динамического программирования (ДП). Сущность метода заключается в том, что на каждом этапе ищется оптимальное продолжение уже достигнутого состояния.

Необходимо выбрать такую последовательность за весь период развития (от базового момента до конца планового периода с учетом приведения затрат более поздних лет к текущему моменту) были бы минимальными. Эти затраты могут быть рассчитаны по формуле:

$$K_{1,2,\dots,n} = \sum_{j=1}^n K_j \cdot B_j$$

где:

n – число шагов оптимизации;

K_j – капитальные затраты на j-м шаге;

B_j – коэффициент разновременности капитальных вложений.

Коэффициент разновременности капитальных вложений служит для приведения затрат более поздних лет к начальному (базовому) моменту и определяется по формуле:

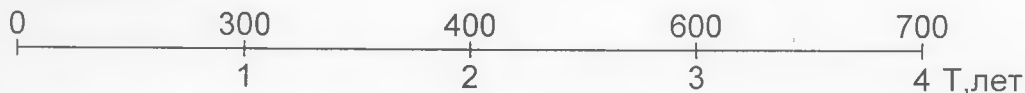
$$B = \frac{1}{(1 + E_{н.н.})^{j-1}}$$

где:

j – период времени приведения, лет;

$E_{н.н.}$ – норматив для приведения разновременных затрат (0.1)

В качестве примера определим оптимальный вариант наращивания кабеля при заданных условиях:



В течение планового периода ($T = 4$) необходимо нарастить емкость пучка соединительных линий 700 пар. Причем к концу первого года прирост емкости должен составить не менее 300 пар, к концу второго года – 400 пар, к концу третьего года – 600 пар. Оптимальный вариант прокладки – прокладка пупинизированного кабеля диаметром жил 0.5 мм. Длина соединительной линии L – 14. Для того, чтобы лучше уяснить смысл основных элементов решения задачи методом ДП, построим графическую модель в виде сети. Нахождение самого короткого пути (минимальных затрат) между крайними узлами сетевой модели приводит к оптимальному решению исходной задачи.

Для построения сети определим этапы решения задачи. Поскольку речь идет об оптимальном наращивании емкости кабеля в течение планового периода, каждому году ставится в соответствии некоторый этап. Таким образом, решение задачи распадается на четыре этапа.

Введем следующие определения:

x_1, x_2, x_3, x_4 – суммарная емкость кабеля, проложенного соответственно к концу 1, 2, 3, 4 этапов;

Δx_j – емкость кабеля, прокладываемого непосредственно на этапе j ;

Конкретные значения x_1, x_2, x_3 заранее известны ($x_4 = 700$ пар), но в соответствии с условиями задачи эти значения лежат для x_1 в пределах от 300 до 700 пар, для x_2 в пределах от 400 до 700 пар, для x_3 в пределах от 600 до 700 пар. Каждому возможному значению $x_{1,2,3,4}$ соответствует узел, ассоциированный с одним из этапов $j = 1, j = 2, j = 3, j = 4$. Начальный этап $j = 0$ введен для удобства вычислений. Длины дуг, соединяющих узлы на некотором этапе с узлами на последующем этапе, численно равны капитальным затратам на прокладку кабеля емкости определяемой разностью значений узлов, соединяемых данной дугой. так, например, длина дуги, соединяющей узел $x_0 = 0$ на этапе $j = 0$ с узлом $x_1 = 300$ на этапе $j = 1$, равна капитальным затратам на прокладку кабеля емкостью 300 пар. Длина дуги, соединяющей узел $x_1 = 400$ на этапе $j = 1$ с узлом $x_2 = 400$ на этапе $j = 2$, равна нулю, так как это соединение подразумевает отсутствие наращивания емкости кабеля на этапе 2.

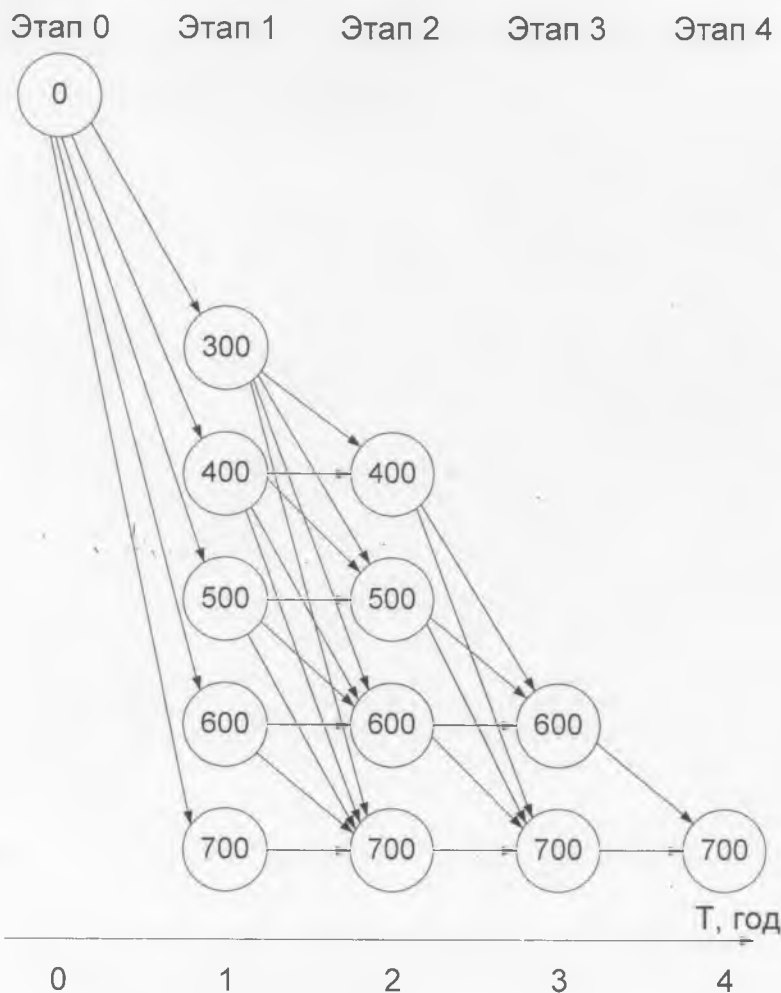


Рис 12

Длина дуги, соединяющей узел $x_2=500$ на этапе $j=2$ с узлом $x_3=700$ на этапе $j=3$, равна капитальным затратам на прокладку кабеля емкостью 200 пар ($\Delta x_3=700-500$) с учетом приведения затрат к начальному моменту (соответствующему этапу $j=0$)

$$\frac{K(\Delta x_3 = 200)}{(1 + E_{н.п.})^{3-1}}$$

Обозначим через $K^H_j(x_j)$ величину самого короткого пути, ведущего в узел x_j на этапе j . Поскольку $j=0$ – исходный этап, $K_0(0) = 0$. Далее вычисления производим поэтапно.

1 этап.

так как узел 0 на этапе $j=0$ с каждым из пяти узлов $x_1=300, 400, 500, 600, 700$ на этапе $j=1$ соединяется единственная дуга, самый короткий путь до узла x_1 определяется формулой:

$$K^H_1(x_1) = K^H_0(x_0) + K(\Delta x_1)$$

где $K(\Delta x_1)$ - длина (капитальные затраты) дуги $(0, x_1)$.

В общем виде капитальные затраты на строительство межстанционных соединительных линий с использованием кабеля емкостью Δx , с учетом затрат на монтаж и прокладку в размере 65% от стоимости кабеля определяем по формуле:

$$K(\Delta x_j) = (K_{каб}(\Delta x) \cdot 1.65 \cdot L + K_{рел} \cdot \Delta x + K_{пушн} \cdot \Delta x \cdot L) \cdot B_j, \text{ руб.},$$

где:

$K_{каб}(\Delta x)$ - оптовая цена 1км кабеля емкостью $\Delta x_{пар}$, руб/км

L – длина соединительной линии

$K_{рел}$ - стоимость комплекта РСЛ, руб.

$K_{пушн}$ - усредненная стоимость катушек индуктивности в расчете на 1 кан-км

B_j – коэффициент, учитывающий разновременность капитальных затрат.

В случае, если наиболее эффективным вариантом является вариант прокладки непушпизированного кабеля, расчеты ведутся по формуле:

$$K(\Delta x_j) = (K_{каб}(\Delta x) \cdot 1.65 \cdot L + K_{рел} \cdot \Delta x) \cdot B_j, \text{ руб.}$$

Поскольку коэффициент разновременности капитальных затрат на этапе $j=1$ $B_1=1$ имеем:

$$K(\Delta x_j = 300) = (3340 \cdot 1.65 \cdot 14 + 41 \cdot 300 + 4.7 \cdot 300 \cdot 14) = 109194 \text{ руб.}$$

$$K(\Delta x_j = 400) = (4470 \cdot 1.65 \cdot 14 + 41 \cdot 400 + 4.7 \cdot 400 \cdot 14) = 145977 \text{ руб.}$$

$$\text{Аналогично: } K(\Delta x_j = 500) = 179064 \text{ руб.}$$

$$K(\Delta x_j = 600) = 211458 \text{ руб.}$$

$$K(\Delta x_j = 700) = 247086 \text{ руб.}$$

Целесообразно здесь же определить капитальные затраты на прокладку кабелей емкостью 100 200 пар. Хотя для расчетов на данном этапе этого не требуется. Эти

величины будут использоваться для расчетов на следующих этапах с учетом коэффициента приведения разновременных затрат B_j

$$K(\Delta x_j = 100) = (1270 \cdot 1.65 \cdot 14 + 41 \cdot 100 + 4.7 \cdot 100 \cdot 14) = 40017 \text{ руб.}$$

$$K(\Delta x_j = 200) = (2640 \cdot 1.65 \cdot 14 + 41 \cdot 200 + 4.7 \cdot 200 \cdot 14) = 82344 \text{ руб.}$$

2 этап.

На данном этапе определяются величины самых коротких путей до всех узлов $x_2=400, 500, 600, 700$. В отличие от этапа 1, количество дуг, входящих в один из узлов на этапе 2, может превышать единицу. В результате имеем:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Величина} \\ \text{самого} \\ \text{короткого} \\ \text{пути} \\ \text{до узла } x_2 \end{array}} = \min \left\{ \boxed{\begin{array}{l} \text{Величина} \\ \text{самого} \\ \text{короткого} \\ \text{пути} \\ \text{до узла } x_1 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{l} \text{Длина дуги} \\ \Delta x_2 = x_2 - x_1 \end{array}} * B_2 \right\}$$

Запишем это равенство в математической форме

$$K^H_2(x_2) = \min \{ K^H_1(x_1) + K(\Delta x_2) \cdot B_2 \}$$

Соотношения для расчетов на последующих этапах записываются по аналогии с этапом 2:

$$K^H_3(x_3) = \min \{ K^H_2(x_2) + K(\Delta x_3) \cdot B_3 \}$$

$$K^H_4(x_4) = \min \{ K^H_3(x_3) + K(\Delta x_4) \cdot B_4 \}$$

Так как в динамическом программировании обычно используется табличная форма записи численных результатов, результаты поэтапных расчетов представим в виде таблиц.

Этап 1.

$$K^H_1(x_1) = K^H_0(x_0) + K(\Delta x_1)$$

$$B_1 = 1$$

$$K_0(0) = 0$$

Таблица 3.2

		$K(\Delta x_1) \cdot B_1$					Оптимальное решение	
Δx_1		300	400	500	600	700	$K^H_1(x_1)$	Δx_1
x_1								
300		109194	-	-	-	-	109194	300
400		-	145977	-	-	-	145977	400
500		-	-	179064	-	-	179064	500
600		-	-	-	211458	-	211458	600
700		-	-	-	-	247086	247086	700

Этап 2.

$$K^H_2(x_2) = \min \{K^H_1(x_1) + K(\Delta x_2) \cdot B_2\}$$

$$B_2 = 1 : (1 + 0.1)^{2-1} = 0.90909$$

Таблица 3.2

		$K^H_1(x_1) + K(\Delta x_2) \cdot B_2$					Оптимальное решение	
$x_2 \backslash \Delta x_2$		0	100	200	300	400	$K^H_2(x_2)$	Δx_2
400		145977	145573	-	-	-	145573	100
500		179064	182356	184052	-	-	179064	0
600		211458	215443	220835	208461	-	208461	300
700		247086	247837	253922	245244	241900	241900	400

Примеры расчета табличных значений.

$$K(400) = 145977 + 0 \cdot 0.90909 = 145977 \text{ руб.}$$

$$K(400) = 109194 + 4001 \cdot 0.90909 = 145573 \text{ руб.}$$

$$K(400) = 179064 + 0 \cdot 0.90909 = 179064 \text{ руб.}$$

$$K(400) = 145977 + 40017 \cdot 0.90909 = 182356 \text{ руб.}$$

$$K(400) = 109194 + 82344 \cdot 0.90909 = 184052 \text{ руб.}$$

Результаты вычислений на этапе 2 представлены в таблице, интерпретируются следующим образом. Минимальные затраты для узла $x_2 = 700$ составляют 241900 руб. (выбор минимального значения по строке $x_2 = 700$) при прокладке на этапе 2 кабеля емкостью $\Delta x_2 = 300$ пар, $K^H_2(500) = 179064$ при отсутствии наращивания емкости на этапе 2, $K^H_2(400) = 145573$ руб. при $\Delta x_2 = 100$ пар.

Этап 3.

$$K^H_3(x_3) = \min \{K^H_2(x_2) + K(\Delta x_3) \cdot B_3\}$$

$$B_3 = 1 : (1 + 0.1)^{3-1} = 0.82645$$

Таблица 3.3

		$K^H_2(x_2) + K(\Delta x_3) \cdot B_3$				Оптимальное решение	
$x_3 \backslash \Delta x_3$		0	100	200	300	$K^H_3(x_3)$	Δx_3
600		208461	212135	213625	-	208461	0
700		241900	241532	247116	235815	235815	300

Этап 4.

$$K^H_4(x_4) = \min \{K^H_3(x_3) + K(\Delta x_3) \cdot B_4\}$$

$$B_3 = 1 : (1 + 0.1)^{3-1} = 0.82645$$

Таблица 3.4

		$K^H_3(x_3) + K(\Delta x_4) \cdot B_4$		Оптимальное решение	
x_4	Δx_4	0	100	$K^H_4(x_4)$	Δx_4
700		235815	238526	235815	0

Конечное оптимальное решение находится следующим образом. Анализ начинается с последнего этапа. Оптимальное решение на этапе 4 соответствует отсутствию наращивания емкости кабеля ($\Delta x_4 = 0$). На сетевом графике этому решению соответствует дуга, соединяющая узлы $x_3 = 700$ и $x_4 = 700$. Оптимальное решение на этапе 3 предусматривает прокладку кабеля емкостью 300 пар ($\Delta x_3 = 300$ для $x_3 = 700$). На сетевом графике – это дуга, соединяющая узлы $x_2 = 400$ и $x_3 = 700$. На этапе 2 оптимальному решению соответствует прокладка 300 парного кабеля (дуга $x_1 = 100$ и $x_2 = 400$).

Таким образом, оптимальный вариант наращивания емкости кабеля – прокладка кабеля емкостью 300 пар к концу 1 года (на этапе 1), прокладка кабеля емкостью 100 пар к концу 2 года и прокладка кабеля емкостью 300 пар к концу 3 года.

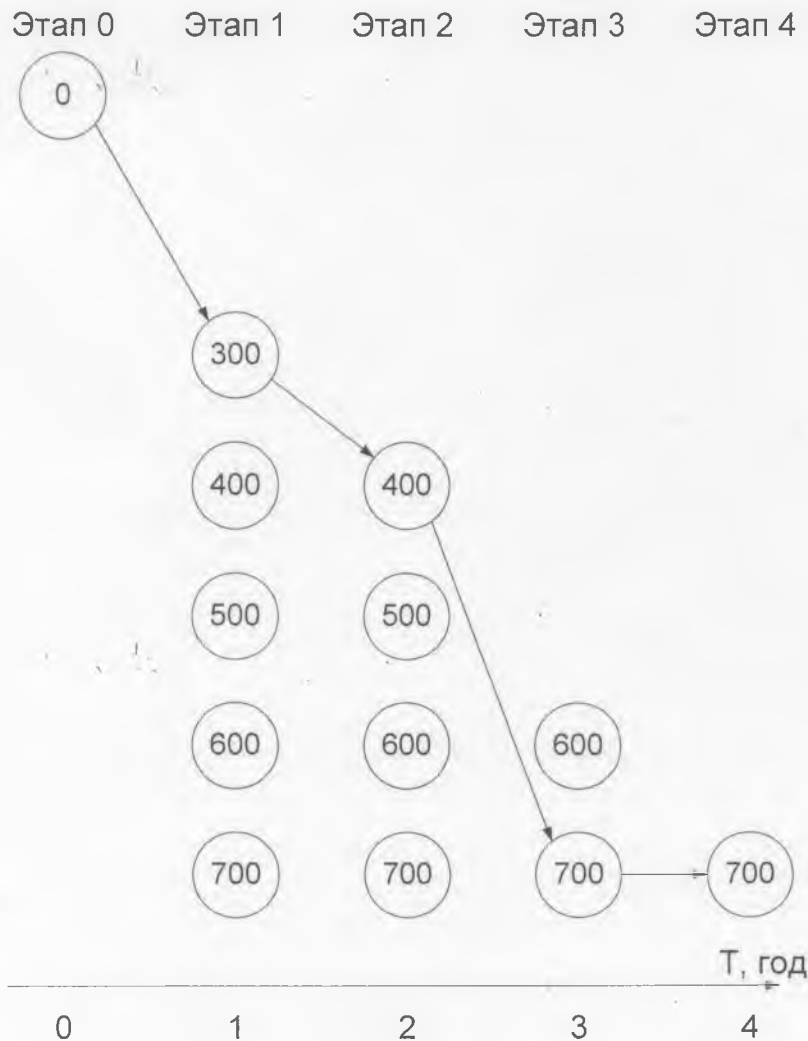


Рис 13

Вопросы для самопроверки.

1. Как проверить оптимальность выбранного варианта развития пучка соединительных линий?
2. Какая основная задача ставится в работе?
3. Каков критерий оптимальности?
4. В чем заключается экономический смысл коэффициента одновременности капитальных затрат?
5. Как строится модель наращивания пучка СЛ?
6. Какие ограничения в отношении емкости пучка СЛ по этапам (шкагам) заданы в работе?
7. Что такое целевая функция?
8. Как рассчитать капитальные затраты на СЛ?
9. Как находится оптимальный вариант по 1-му этапу (году)?
10. Как рассчитывается коэффициент одновременности капитальных затрат?
11. Как найдено оптимальное решение по заданному варианту?
12. В чем заключается сущность метода динамического программирования?
13. Почему в данной работе возможно применение динамического программирования?