

Задание 1.

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$20.295 \arcsin(9.65/9.95)$	2	$(0.0321 + 5.74^2)e^{-0.0321}$
3	$\sin(e^{2.15} - \sqrt{2.51}) + \sqrt{6.523}$	4	$\sqrt[3]{15.0 - 8.09 \cdot 8.766}$
5	$e^{0.22+1.22}/\sqrt{0.429}$	6	$\ln(5.358 + \sqrt{5.538})/2.21$
7	$\frac{1}{9.687^3} - 4.0 - 2.587^2$	8	$e^{-3.55} + 2.068 - \frac{1}{\sqrt{2.068}}$
9	$\frac{1}{\sqrt{4.00}} - 0.11^2 - 3.6$	10	$\sqrt{18.12} + \sqrt[3]{11.12} + \sqrt[4]{88.11}$
11	$\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$	12	$\log_2 2.01 - 2^{-1.006+2.0}$
13	$2.864 - \ln 12.1 - \sqrt{2.001}$	14	$\frac{1}{1.1^2} - \ln(1.15 + 1.26)$
15	$\frac{1}{3.09^2} - 5.4^2 + 3.09$	16	$2^{0.5} - 0.88^2 + 2.88 = 0$
17	$0.5e^{2.45} + 6.061e^{-2.45}$	18	$23.8 \arctg(51.45/5.5)$
19	$5.05^2 - 0.21 - \frac{1}{1.718}$	20	$15.324 \sin(13.538) + 13.538 \sin(15.324)$
21	$\sqrt{1.58} - \frac{1}{5.18^2} - 1.85$	22	$\ln 2.718 - 4.0 + 0.66^2$
23	$\cos 1.57 - \sqrt{3.007 - 1.4}$	24	$3^{-0.4} - (2.44 + 0.44)^3$
25	$1.4^3 - 1.89^2 - 2.02$	26	$\sqrt{14.1} + 2.555 - \ln(2.08)$
27	$\sqrt{16.2} - 2 \cos 0.01 + 1.99$	28	$3.7(\cos(3.7 \cdot 1.7))^2 \sin(1.7)$
29	$\sin(0.25 - 0.225) - 1.66$	30	$\sqrt{7.9^2 + 1.7^3} + 2^4$

Задание 3.

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon_1 = 0.01$. Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью $\varepsilon_2 = 0.0001$. Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности ε_2 число итераций.

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$e^x - x^2 + 6x$	2	$\sin x - \ln(x + 3)$	3	$e^x + x - 2$
4	$\sin x - \sqrt{x - 1}$	5	$e^x - x^2 + 3x$	6	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$
7	$\frac{1}{x^2} + 3 - x$	8	$e^{x-3} + 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$	9	$\frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$
10	$\sqrt{x-1} - \frac{1}{x+1}$	11	$\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x$	12	$\log_2 x - 2^{-x}$
13	$2 - \ln x - \sqrt{x+2}$	14	$\frac{1}{x^2} - \ln(1-x)$	15	$\frac{1}{(x+1)^2} - x^2 + 2$
16	$2^x - x^2 + 2x$	17	$e^x + 2x - 2$	18	$e^x - (x-3)^2 - 1$
19	$x^2 - 3x - \frac{1}{x+1}$	20	$\ln x - \sqrt{x-2}$	21	$\sqrt{1-x} - \frac{1}{x^2} - 1$
22	$\ln x - 4 + x^2$	23	$3 \cos x - \sqrt{3x-1}$	24	$3^x + (x-2)^3$
25	$x^3 - x^2 + 3x - 2$	26	$\sqrt{x} + 2 - \ln(x-2)$	27	$\sqrt{x} - 2 \cos x + 1$
28	$e^x - (x-3)^2 + 2$	29	$\sin x - x^3 + 2$	30	$\ln(x+1) - \sqrt{x-1}$

Задание 5.

Вычислить нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A и нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b .

N	A			b	N	A			b
1	-0,258	2,786	-1,869	-3,611	2	-0,835	-0,816	0,73	-5,017
	-2,926	-1,653	2,395	5,4		1,68	-0,258	-1,768	-3,721
	-1,063	2,178	1,579	-4		1,189	2,023	1,511	3,2
3	-2,138	2,482	1,705	6	4	-2,683	0,046	-0,464	-5,6
	0,536	2,188	1,136	-4		-2,998	-2,099	1,256	-6,8
	-1,273	-2,438	0,774	7,37		-1,125	-0,628	0,286	-2,72
5	1,735	0,931	0,397	-6	6	0,178	1,574	0,422	-4,71
	2,378	-2,87	-1,464	-1,3		-1,615	2,174	-2,628	0,341
	2,31	1,107	-2,806	-8		-0,089	-2,55	-0,797	-7,4
7	-1,826	-0,509	2,82	1,18	8	1,485	-1,852	-0,731	-2
	0,015	0,472	-0,774	6,87		2,434	0,16	2,247	-1,2
	-0,745	1,732	2,49	-8		1,367	-1,208	0,561	6,62
9	1,074	1,428	2,973	-6,7	10	-2,966	-1,67	0,463	7,7
	-0,851	-2,429	-0,598	0,22		2,295	-2,648	-0,155	-6
	-1,337	2,536	-1,583	-4,41		2,589	2,22	2,158	5,2
11	-1,337	-0,588	1,03	1	12	-1,048	2,311	-1,941	-1,269
	-0,18	-2,61	-2,501	2		-2,568	2,229	-0,747	-6
	1,552	-2,104	2,274	7,24		-2,061	-1,449	-0,163	-3,13
13	-1,349	2,192	-1,91	-7	14	2,874	-0,03	2,823	3,3
	-0,803	-0,526	-2,503	-3,64		-1,759	1,959	-2,428	5,134
	2,81	-2,97	-1,878	-6,103		-0,403	-2,633	2,987	2,5
15	1,898	-0,1	-2,188	-5	16	0,646	-2,851	-0,504	1,2
	-0,209	-2,134	-1,017	-3,59		-1,622	-0,058	0,072	3,245
	0,974	1,931	2,142	-4		-1,493	0,321	0,624	7
17	-3	-2,812	2,166	-6,7	18	1,483	-2,108	-1,602	-8
	-1,785	-1,362	1,03	-6,9		2,282	1,283	-0,367	-1,7
	-1,088	-2,029	-0,767	-7,044		2,882	-2,073	-2,764	-6,7
19	-2,787	-1,058	2,368	8	20	2,952	-2,037	-2,721	7,683
	-0,196	0,084	2,265	-5,5		-2,647	-2,392	1,821	-7,5
	1,038	-0,511	0,495	1,8		2,727	-2,309	-1,72	4,84
21	1,166	-0,561	-0,066	5,682	22	-0,491	-0,013	-2,379	-2
	0,126	-2,399	2,627	0,1		-0,72	-1,224	-1,35	-7,09
	-1,051	2,704	-1,358	3,6		-2,589	-1,212	2,051	-1,7
23	-2,781	2,18	2,027	-0,58	24	2,346	-0,164	-2,157	-5,83
	-2,911	-1,895	0,142	-5,128		2,574	0,723	0,549	-6
	-1,3	0,775	0,28	-4,05		-2,461	-0,322	-2,779	2
25	-2,545	1,586	-0,506	-4	26	-0,993	-0,443	-0,408	-1,3
	-2,818	1,277	0,092	4,92		2,838	-0,832	0,518	-2,3
	-0,345	1,354	-2,977	-3,79		1,259	-0,105	-1,948	-7

N	A			b	N	A			b
27	-1,914	2,985	0,304	1,273	28	-2,516	2,53	2,032	-5,47
	-0,255	2,365	1,928	2,3		1,089	2,562	-1,336	7
	0,542	-0,494	-1,207	-3,943		1,205	1,407	0	-6
29	2,44	-1,444	0,864	7	30	2,534	0,067	0,96	-7,732
	2,605	1,693	-2,661	7,77		2,997	1,614	1,295	-2,9
	-2,423	-0,844	2,293	-1,816		2,365	2,969	1,396	5

Задание 6.

Определить погрешность решения СЛАУ $Ax = b$, если элементы матрицы A заданы точно, а элементы вектора правых частей b получены в результате округления. Матрица A и вектор b даны в задании 5.

Задание 7.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Гаусса (LU-разложения).

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	9	6	-8	0	-119	2	3	7	-5	-8	80	3	3	-10	3	9	-59
	81	49	-70	0	-1072		-9	-13	21	15	-80		-30	104	-27	-89	556
	-45	20	16	-4	617		24	48	-52	-46	360		-15	66	-7	-38	144
	-45	5	-10	-31	660		-6	26	94	-113	1744		-18	52	8	-79	533
4	-4	-5	1	-6	56	5	4	-6	-2	9	-97	6	6	-9	-8	7	153
	20	33	-7	32	-302		4	-1	4	7	-43		-54	71	80	-73	-1259
	-20	-25	0	-29	261		0	-10	-22	12	-240		12	52	-80	93	-529
	0	-80	5	-13	147		-32	48	-34	-33	125		-60	50	56	-52	-1076
7	9	-3	5	-6	35	8	-1	5	-7	5	6	9	5	6	4	9	17
	-54	27	-33	44	-289		-4	25	-23	23	-42		20	32	21	29	-93
	-36	57	-40	61	-510		-7	35	-46	38	18		-10	-60	-40	17	899
	-27	63	-53	62	-519		-7	-10	-112	-15	790		-30	-12	1	-47	-469
10	6	4	-10	5	35	11	-4	-8	-8	-10	-66	12	-9	1	5	-3	-21
	36	19	-70	34	143		20	44	36	52	320		81	-2	-49	28	256
	42	58	-12	1	675		-32	-64	-68	-86	-562		36	52	-57	10	750
	-54	-51	46	-107	-308		-36	-76	-56	-82	-490		36	10	-73	-78	1404
13	9	-9	2	2	68	14	-2	0	-6	-5	-14	15	-8	-9	-6	3	-65
	63	-72	20	7	608		-14	7	-44	-38	-183		56	66	44	-25	494
	9	-18	11	-12	257		-10	56	-43	-58	-825		72	90	57	-31	658
	54	-117	33	18	879		2	42	-27	40	-51		-64	-102	-41	-10	-506
16	-5	-2	-1	0	58	17	-4	7	-6	9	-35	18	-8	1	-2	-8	14
	-5	6	8	3	-50		-8	11	-12	8	9		-64	14	-25	-73	73
	-40	40	50	17	-254		36	-48	51	-39	9		32	50	-77	-55	-451
	10	-4	18	20	-204		-36	48	-30	88	-562		16	-14	14	21	-46
19	9	0	-5	3	91	20	6	-1	2	0	65	21	-2	6	4	-10	78
	18	4	-6	4	160		54	-14	17	2	623		-12	30	22	-54	410
	0	28	21	-9	-136		-54	29	-7	-2	-688		6	-30	-22	51	-371
	45	-28	-116	66	731		18	7	-48	-60	-273		-12	42	32	-81	601

N	A	b	N	A	b	N	A	b
22	-7 -3 9 -8	61	23	-5 -1 3 -9	94	24	1 7 -10 7	-69
	0 -9 8 5	12		45 4 -36 73	-827		4 25 -42 27	-242
	70 21 -73 76	-526		45 24 8 102	-818		0 6 1 2	-62
	7 48 -139 82	-877		-35 -37 7 -117	1134		-5 -26 35 -25	243
25	-4 -7 9 -3	111	26	2 3 6 -3	82	27	5 -5 -8 -8	42
	0 7 -10 -9	-105		-6 -8 -28 -1	-214		-35 39 57 51	-351
	-4 35 -49 -56	-509		10 17 12 -38	518		20 -8 -22 -42	-6
	-8 -63 88 59	953		-20 -25 -100 -26	-530		-40 52 102 75	-517
28	1 -5 -3 -4	-11	29	5 4 9 -1	15	30	1 0 -4 -8	-4
	0 -7 2 -1	-38		-15 -8 -33 -7	71		3 9 -11 -31	33
	-1 19 -9 7	83		-15 -12 -25 7	-83		-7 -27 29 84	-108
	-1 5 3 -6	51		-25 12 -95 -88	972		-8 -18 2 27	-53

Задание 9.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом прогонки.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	5 3 0 0 0	-77	2	9 -5 0 0 0	-61	3	10 -5 0 0 0	50
	1 6 3 0 0	-55		3 9 -2 0 0	-47		-1 3 1 0 0	-27
	0 1 7 3 0	0		0 0 0 -1 0	-6		0 0 4 -2 0	-20
	0 0 3 11 3	-41		0 0 -1 4 -1	30		0 0 -6 21 5	128
	0 0 0 -5 10	0		0 0 0 3 6	30		0 0 0 -4 8	-40
4	11 -6 0 0 0	14	5	7 4 0 0 0	26	6	10 -5 0 0 0	-5
	5 18 -5 0 0	155		-4 20 -6 0 0	112		2 7 -2 0 0	-53
	0 5 14 -2 0	-97		0 3 7 -1 0	-62		0 -3 10 3 0	69
	0 0 3 7 -1	-47		0 0 3 11 -3	-4		0 0 3 17 -6	38
	0 0 0 -4 7	50		0 0 0 1 2	-9		0 0 0 -5 10	-80
7	9 -5 0 0 0	17	8	9 -5 0 0 0	48	9	8 5 0 0 0	0
	2 8 3 0 0	-39		-6 16 -2 0 0	-110		5 19 5 0 0	-87
	0 -3 7 1 0	61		0 -6 20 5 0	71		0 3 13 -4 0	80
	0 0 5 18 -4	-127		0 0 -3 10 -3	45		0 0 0 4 -3	-21
	0 0 0 -2 4	18		0 0 0 4 7	-30		0 0 0 -5 8	56
10	5 3 0 0 0	0	11	2 1 0 0 0	10	12	10 -6 0 0 0	-14
	-2 5 1 0 0	0		3 16 -5 0 0	-131		-1 4 -2 0 0	23
	0 -1 5 -2 0	-12		0 1 10 4 0	56		0 -1 12 -6 0	-64
	0 0 -6 22 -6	78		0 0 3 13 4	59		0 0 -4 11 -2	58
	0 0 0 -6 11	63		0 0 0 2 4	30		0 0 0 2 4	-36
13	8 4 0 0 0	0	14	2 1 0 0 0	15	15	2 1 0 0 0	3
	-2 5 -1 0 0	22		2 12 -5 0 0	80		-6 16 2 0 0	70
	0 2 8 3 0	-85		0 -6 20 -5 0	-85		0 4 19 -6 0	-138
	0 0 5 19 5	-152		0 0 -2 8 3	40		0 0 5 14 -3	-2
	0 0 0 5 8	-87		0 0 0 -3 5	11		0 0 0 -4 8	-68

N	A	b	N	A	b	N	A	b
16	2 1 0 0 0	5	17	2 -1 0 0 0	-13	18	4 -2 0 0 0	18
	1 5 2 0 0	3		-4 14 -4 0 0	-6		-4 14 3 0 0	-60
	0 1 10 4 0	103		0 2 4 1 0	-10		0 0 3 -2 0	-18
	0 0 -3 9 -2	42		0 0 -4 10 -2	-14		0 0 0 8 5	58
	0 0 0 -5 10	45		0 0 0 -1 2	18		0 0 0 3 5	28
19	2 -1 0 0 0	2	20	4 -2 0 0 0	10	21	8 4 0 0 0	-52
	-6 19 4 0 0	130		2 9 3 0 0	-2		4 13 -3 0 0	-104
	0 -5 16 3 0	-17		0 -3 10 -2 0	19		0 -1 12 -5 0	-25
	0 0 0 10 -6	-42		0 0 1 12 5	-10		0 0 4 12 -2	-158
	0 0 0 -2 4	14		0 0 0 3 6	21		0 0 0 -2 4	40
22	4 2 0 0 0	16	23	8 4 0 0 0	80	24	6 -3 0 0 0	3
	-6 12 1 0 0	-106		-2 9 3 0 0	61		-2 12 5 0 0	-93
	0 5 18 4 0	134		0 -4 16 -4 0	72		0 -2 13 -5 0	-45
	0 0 1 14 -6	72		0 0 2 14 5	40		0 0 -6 14 -1	75
	0 0 0 -3 5	-10		0 0 0 -2 4	-32		0 0 0 4 8	8
25	4 2 0 0 0	-28	26	2 -1 0 0 0	-9	27	2 -1 0 0 0	16
	-6 20 -4 0 0	-36		4 11 2 0 0	51		4 16 -5 0 0	-39
	0 -3 7 -1 0	58		0 5 13 2 0	45		0 2 13 -5 0	137
	0 0 1 6 -3	11		0 0 -2 10 4	-42		0 0 0 2 -1	-28
	0 0 0 5 8	76		0 0 0 -5 10	-5		0 0 0 -6 10	140
28	9 -5 0 0 0	14	29	4 -2 0 0 0	-10	30	7 -4 0 0 0	-67
	4 9 1 0 0	-110		5 15 3 0 0	10		-2 6 -1 0 0	52
	0 -6 16 3 0	-25		0 3 15 5 0	-136		0 0 2 -2 0	10
	0 0 5 14 2	-112		0 0 4 8 -1	-28		0 0 -2 11 4	31
	0 0 0 2 4	-2		0 0 0 5 8	-27		0 0 0 1 2	17

Задание 10.

Решить систему уравнений $Ax = b$ с точностью 0.05 методами: 1) простой итерации; 2) Зейделя.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	8 110 8 -5	968	2	-4 -7 -6 109	-798	3	4 4 -1 84	729
	126 -10 -7 6	591		-2 93 -1 8	-606		-1 27 0 1	189
	2 -6 -10 127	-208		-4 4 54 -2	24		72 1 8 -3	583
	1 8 99 -3	-808		117 -6 1 9	-972		6 6 127 -5	431
4	-3 -2 1 67	621	5	2 9 0 84	-204	6	5 -2 81 -7	-190
	-5 96 6 -2	-70		81 1 5 2	-33		81 -2 -5 7	-114
	54 8 -2 1	-223		-1 64 -5 -5	-221		8 -1 2 62	233
	9 -2 115 -7	363		6 0 82 -2	-406		-2 98 -4 5	-458

N	A				b	N	A				b	N	A				b
7	153	-9	-10	8	1527	8	4	6	67	2	147	9	9	-10	125	6	62
	2	6	-9	109	781		92	1	1	-9	305		-3	50	-5	0	-382
	-9	111	-2	3	-718		-3	-7	8	107	796		0	-1	-5	43	266
	1	-4	54	-2	-197		5	57	2	3	502		82	-9	-3	-2	-432
10	9	0	110	-5	800	11	5	108	6	2	563	12	-5	42	1	-1	371
	4	79	3	-4	756		-3	-2	-4	46	399		71	-3	-2	-1	-381
	-9	0	8	89	-478		-10	2	102	4	606		-5	-2	-6	77	-477
	88	1	3	-6	66		112	-2	-7	8	-533		7	-8	110	-7	383
13	107	-8	-4	7	-15	14	-7	-8	9	154	984	15	-5	1	80	4	-836
	6	-4	-8	94	-870		132	-9	8	8	107		8	-10	4	121	-1045
	-8	120	1	-7	-1129		-2	107	9	-5	-315		118	-4	-6	-7	-73
	9	3	121	9	857		-10	2	133	8	574		6	137	8	-7	-1399
16	-3	6	8	118	579	17	-10	9	128	4	-206	18	8	84	-2	1	756
	8	133	9	-3	-1084		5	-4	-10	112	-179		0	3	-10	105	27
	80	1	6	9	644		54	4	-2	-3	386		108	-9	-2	3	-81
	-8	1	53	-1	354		-4	98	4	-8	-16		3	-2	67	-1	-18
19	113	5	7	8	332	20	99	7	2	-7	-62	21	3	5	-10	97	-623
	0	2	9	76	245		8	3	-9	109	-1122		8	144	-9	-4	282
	2	-3	45	-1	-319		-9	178	-10	-7	-821		8	-3	129	-8	840
	-9	142	-9	8	352		1	5	80	1	44		142	-9	7	-4	474
22	-4	5	-9	129	799	23	-5	4	0	67	509	24	-3	-8	7	132	-864
	-7	-3	116	-10	922		-8	4	114	-3	-1097		117	4	-2	-9	-84
	79	-6	-7	-2	470		115	-10	-2	-8	-956		5	7	98	3	-180
	-6	117	-2	-8	1		-10	132	8	8	56		-7	141	4	8	-1181
25	-7	-9	5	131	-37	26	-3	83	-1	9	-603	27	9	0	-10	144	711
	3	79	-10	-1	-636		-2	-9	61	2	405		-9	-5	83	-2	651
	55	-2	7	-2	189		-5	8	5	92	379		-7	81	-2	1	5
	-4	-7	92	-7	876		155	8	-9	9	-1623		91	-6	7	3	891
28	-1	1	8	91	481	29	97	9	1	5	-699	30	79	2	-3	7	-707
	4	3	102	4	-894		-9	-5	-4	98	217		8	5	73	-1	-545
	-9	110	6	4	437		-1	104	8	7	782		-6	-5	1	65	83
	134	-10	8	6	-478		-10	-10	177	-9	700		-3	132	8	-8	-945

Задание 11.

Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений $Ax = b$ (не переставляя строк). В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Сопоставить его сходимость с выполнением достаточных условий сходимости метода.

N	A			b	N	A			b	N	A			b	N	A			b
1	3	5	12	2	4	2	8	3	1	3	3	4	4	1	20	5	1	3	5
	3	3	3		4	4	8		3	3	3		4	4	8		1	1	1
6	2	2	2	7	5	1	20	8	1	3	2	9	4	2	20	10	-2	2	-6
	2	3	3		5	5	5		3	1	2		4	4	4		2	2	6

N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b					
11	4	1	20	12	3	4	12	13	-4	4	-16	14	5	-5	20				
	1	4	20		4	3	6		4	4	4		5	5	10	15	4	3	4
16	2	3	2	17	1	2	5	18	5	5	15	19	5	5	25		20	2	1
	3	2	6		1	1	2		5	1	1		5	3	12	2		2	2
21	1	1	1	22	3	4	15	23	4	5	4	24	-4	4	-20	25	-5	5	-25
	1	1	4		4	3	12		5	5	20		4	4	8		5	5	15
26	1	2	4	27	4	3	12	28	1	3	5	29	2	1	10	30	-4	4	-12
	2	2	4		3	4	4		3	1	2		1	1	2		4	4	8

Задание 12.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	2	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2
	y	2,8	1,7	-2,2	-0,5	2,5		y	-2	-0,3	1,3	2,2	2,7
3	x	-1	-0,5	0	0,5	1	4	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6
	y	-2,1	0,4	3,3	3,4	6,7		y	-2,3	-3,1	-6	-4	-2,7
5	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	6	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8
	y	-2,6	-3,2	-0,9	2,1	3,7		y	-1	-2,6	-6,4	-7,1	-10,3
7	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4	8	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	-0,8	1,3	-0,8	-3,2	-5,4		y	-2,1	1	4,4	4,3	1,6
9	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6	10	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8
	y	-1,5	-5,4	-7,6	-9,3	-11,6		y	1	1,5	-0,4	-2,7	-4,5
11	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6	12	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4
	y	3,2	5,6	5,8	5,7	3,6		y	-3,9	-7,8	-10,8	-13,8	-16,3
13	x	-5	-2,5	0	2,5	5	14	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6
	y	0,5	0,2	0,4	1,1	5		y	-1,4	-5	-8,5	-11,7	-14,2
15	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2	16	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6
	y	2,8	-0,3	-0,6	-4,3	-8,2		y	0,5	1,3	4,4	4,7	5,5
17	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8	18	x	-5	-2,5	0	2,5	5
	y	2,1	-1,7	-3,1	-6,2	-9		y	-2,1	-2,8	-5,8	-3,9	-3,9
19	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	20	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	-1	-4,7	-6,3	-9,5	-12,2		y	2,4	2,3	-0,9	-0,3	0,3
21	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8	22	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	-0,2	-2,4	-6,1	-6,5	-9,9		y	0,3	-2,7	-1,1	1,8	4,5
23	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2	24	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8
	y	1,8	1,7	1,7	2,6	5,5		y	2,2	1,5	1,1	-0,5	-3,5
25	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4	26	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2
	y	-1	2,6	6,3	7,8	9,8		y	3,3	2,7	6,4	8,4	11,3
27	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	28	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8
	y	3,9	1,1	0,8	3,4	4,2		y	3,6	-0,2	1,3	3,5	3,8

N	таблица						N	таблица					
29	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	30	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2
	y	-2,9	-2,5	-0,8	-0,8	0,6		y	2,2	6,1	7,8	8,5	9,2

Задание 14.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке x_0 .

N	таблица					x_0	N	таблица					x_0	N	таблица					x_0
1	x	0	1	2	3	0,27	2	x	4	5	6	7	5,25	3	x	0	1	2	3	1,42
	y	-1	3	0	-3			y	4	0	-3	3			y	0	-5	3	1	
4	x	-4	-3	-2	-1	-2,13	5	x	0	1	2	3	0,73	6	x	-2	-1	0	1	-0,67
	y	0	3	-3	-3			y	-2	3	0	-2			y	4	0	3	3	
7	x	0	1	2	3	1,48	8	x	-5	-4	-3	-2	-3,17	9	x	-3	-2	-1	0	-2,67
	y	1	0	1	1			y	-5	2	0	4			y	0	-3	-3	-3	
10	x	0	1	2	3	0,67	11	x	4	5	6	7	4,57	12	x	-1	0	1	2	-0,59
	y	0	-5	-5	-3			y	0	4	1	-3			y	-2	0	-1	-3	
13	x	-5	-4	-3	-2	-4,6	14	x	3	4	5	6	3,54	15	x	-4	-3	-2	-1	-3,67
	y	0	-2	-1	-3			y	4	0	2	1			y	1	0	3	3	
16	x	0	1	2	3	1,51	17	x	-5	-4	-3	-2	-3,14	18	x	-3	-2	-1	0	-1,47
	y	0	-5	1	3			y	0	4	-3	2			y	3	0	-1	-1	
19	x	-5	-4	-3	-2	-4,21	20	x	-3	-2	-1	0	-1,4	21	x	0	1	2	3	1,48
	y	2	0	-5	-4			y	-4	0	-4	-2			y	0	-2	1	3	
22	x	1	2	3	4	2,14	23	x	3	4	5	6	3,61	24	x	0	1	2	3	1,89
	y	-5	2	0	3			y	1	0	4	1			y	0	-3	4	4	
25	x	-3	-2	-1	0	-1,36	26	x	-5	-4	-3	-2	-3,33	27	x	0	1	2	3	0,27
	y	-2	0	-1	-2			y	2	0	-5	2			y	-2	-5	0	-4	
28	x	3	4	5	6	3,74	29	x	4	5	6	7	4,49	30	x	1	2	3	4	2,12
	y	1	2	0	1			y	0	-5	-2	-1			y	-1	0	-5	1	

Задание 15.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционный многочлен Ньютона. С его помощью вычислить приближенное значение функции в точке x_0 и оценить практически погрешность приближения. Записать результат с учетом погрешности.

N	таблица					x_0	N	таблица					x_0	N	таблица					x_0		
1	x	-9	-8	-7	-6	-7,48	2	x	-1	0	2	4	6	2,81	3	x	-1	0	1	3	5	-0,18
	y	1	1	2	3			2	y	-5	-1	1	3			-2	y	-1	-5	0	4	
4	x	-8	-7	-5	-3	-7,51	5	x	-1	0	1	3	5	-0,49	6	x	-2	0	1	2	3	1,26
	y	-1	-4	-4	-3			-1	y	-4	-3	3	0			3	y	-5	-5	2	1	
7	x	-4	-3	-1	1	-2,38	8	x	-5	-3	-2	-1	0	-4,31	9	x	-8	-6	-4	-2	-1	-5,37
	y	-2	-2	-3	-2			1	y	-5	4	1	1			-5	y	1	-3	-2	3	
10	x	-5	-4	-2	-1	-4,53	11	x	-4	-2	0	1	2	0,28	12	x	-8	-7	-5	-4	-3	-6,16
	y	-2	-5	2	4			-1	y	1	1	-5	-5			0	y	4	-5	-4	2	

N	таблица						x_0	N	таблица						x_0	N	таблица						x_0												
13	x	-5	-4	-2	0	2	-3,53	14	x	-6	-5	-3	-1	0	-2,28	15	x	-5	-4	-3	-1	1	-4,37	y	-5	-1	3	-4	0	y	-4	-3	1	0	-2
	y	-3	-1	0	1	3			x	-6	-4	-2	0	1			x	-9	-7	-6	-5	-3		y	1	-5	2	0	4						
16	x	-3	-1	0	1	3	-2,86	17	x	-6	-4	-2	0	1	-5,52	18	x	-9	-7	-6	-5	-3	-6,17	y	2	3	0	2	-4	y	-5	-2	3	-3	3
	y	-4	-2	-1	1	2			x	-1	1	2	3	5			x	-5	-3	-1	0	1		y	4	3	2	2	4						
19	x	-4	-2	-1	1	2	-3,12	20	x	-1	1	2	3	5	1,14	21	x	-5	-3	-1	0	1	-4,53	y	4	-5	4	1	-3	y	2	-2	1	2	3
	y	-1	1	3	4	5			x	-9	-8	-7	-5	-4			x	-4	-2	0	2	3		y	-4	0	3	2	0						
22	x	-1	1	3	4	5	-0,75	23	x	-9	-8	-7	-5	-4	-6,33	24	x	-4	-2	0	2	3	-3,26	y	-2	-1	-2	-1	-2	y	0	-1	-4	-4	0
	y	-6	-4	-2	-1	0			x	-1	1	3	4	5			x	-5	-3	-2	-1	0		y	-1	-1	0	-5	1						
25	x	-6	-4	-2	-1	0	-5,33	26	x	-1	1	3	4	5	1,24	27	x	-5	-3	-2	-1	0	-2,23	y	-5	-1	-4	-4	-2	y	-4	-2	1	3	0
	y	-3	-2	-1	0	1			x	-7	-6	-4	-2	-1			x	-9	-7	-6	-5	-4		y	4	3	1	2	-1						
28	x	-3	-2	-1	0	1	-2,57	29	x	-7	-6	-4	-2	-1	-5,59	30	x	-9	-7	-6	-5	-4	-8,25	y	-5	3	-1	0	0	y	4	1	2	3	4

Задание 17.

Вычислить приближенное значение интеграла $\int_a^b f(x) dx$, используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом $h = 0.4$; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами $h = 0.4$ и $h = 0.2$; оценить погрешность последнего результата по формуле Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом $h = 0.4$.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b
1	e^{-1/x^2}	1	2,6	2	$\cos(1/x^2)$	3,7	5,3	3	$3 \sin(0.06x^3)$	2	3,6
4	$\cos(1/x)$	4,4	6	5	$e^{-0.02x\sqrt{x}}$	2,4	4	6	$e^{\cos^2 x}$	1,8	3,4
7	$e^{-\arctg x}$	4,1	5,7	8	$x \cos \sqrt{x}$	2,4	4	9	$x \arctg x$	2,7	4,3
10	$e^{-1/(x\sqrt{x})}$	1,5	3,1	11	$\sin(1 + \sqrt{x})$	0,6	2,2	12	$\frac{\sqrt{x} - x}{1 + e^{-x}}$	1,3	2,9
13	$\sin(e^x)$	1,4	3	14	$\sin(\arctg x)$	2,7	4,3	15	$\ln(1 + x^2)$	3,3	4,9
16	$\frac{x \ln x}{\sqrt{1+x}}$	4	5,6	17	$e^{-0.5x^2}$	4,7	6,3	18	$e^{0.3/x^2}$	2,5	4,1
19	$\frac{x}{1+x^2}$	0,8	2,4	20	$\sin(0.5x\sqrt{x})$	2	3,6	21	$\cos(e^{-\sqrt{x}})$	0,6	2,2
22	$\frac{\ln(1+x)}{x}$	3	4,6	23	$e^{1/\ln x}$	1,5	3,1	24	$\frac{x^2 + 1}{x}$	4,8	6,4
25	$\sin(\sqrt{1+x})$	1,7	3,3	26	$\sqrt[3]{x \sin x}$	0,7	2,3	27	$\ln(4 - \sin x)$	0,7	2,3
28	$e^{-0.1/x}$	3,4	5	29	$\sqrt[3]{2 - \cos x}$	1,3	2,9	30	$e^{\sin(1/x)}$	1,8	3,4

Задание 18.

Дан интеграл вида $\int_a^b (c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4) dx$. Используя априорную оценку погрешности формулы центральных прямоугольников, определить шаг интегрирования, достаточный для достижения точности $\varepsilon = 0.01$, и вычислить интеграл с этим шагом. Вычислив точное значение интеграла, подтвердить достижение указанной точности.

N	a	b	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	N	a	b	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4
1	0,5	1	-5	-2	1	3	-2	2	-0,9	-0,4	-3	2	-2	2	-3
3	1,2	1,7	-5	-3	-4	2	3	4	-0,9	-0,4	-5	4	1	1	-3
5	-0,7	-0,2	2	-2	-3	4	-1	6	0,9	1,4	-1	4	0	3	2
7	-1,9	-1,4	3	-3	3	-5	-3	8	-1,8	-1,3	-5	3	-2	3	-4

N	a	b	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	N	a	b	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
9	-0,7	-0,2	-3	3	-1	-4	3	10	-1,4	-0,9	4	-4	-1	0	-1
11	-0,2	0,3	4	-5	-5	-5	-2	12	-0,9	-0,4	-4	3	0	-4	1
13	0,7	1,2	3	1	2	3	-1	14	-0,8	-0,3	0	2	2	4	-5
15	-1,5	-1	3	1	3	-2	-1	16	-1,8	-1,3	-4	-5	-2	-2	-5
17	-0,8	-0,3	-4	1	-5	4	3	18	-1,1	-0,6	2	3	4	4	-1
19	-0,2	0,3	0	-5	-1	-2	-1	20	1,1	1,6	4	-3	-2	-3	3
21	-0,8	-0,3	2	2	-1	1	-1	22	-1	-0,5	-5	0	0	-4	-5
23	-0,5	0	-5	2	-3	-3	2	24	0,6	1,1	0	4	-1	-3	4
25	-0,3	0,2	-3	-4	2	0	4	26	0,2	0,7	-3	-2	-4	-5	-4
27	-2	-1,5	-3	-3	3	1	-4	28	-1,8	-1,3	-1	-2	-4	4	-1
29	-0,4	0,1	2	0	-2	0	0	30	-0,5	0	-2	4	-5	2	4

Задание 20.

Вычислить центральную и правую разностные производные функции $f(x)$ с шагом $h = 0.1$ в точке $x_0 = \frac{a+b}{2}$. (Функция и величины a и b даны в задании 17). Выполнить априорную оценку погрешности для каждой формулы, сравнить с точным значением производной. Записать результат с учетом погрешности.

Задание 22.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[t_0, T]$ с шагом $h = 0.2$: а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

N	f(t,y)	t ₀	T	y ₀	N	f(t,y)	t ₀	T	y ₀
1	$y \operatorname{ctg} t + 4t \sin t$	$-\pi/2$	$1 - \pi/2$	$-\pi^2/2$	2	$4yt + e^{2t^2}$	0	1	0
3	$6t - \frac{y}{t}$	1	2	4	4	$-y \operatorname{tg} t + 2t \cos t$	0	1	2
5	$-\frac{y}{t} - \frac{\sin t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$4/\pi$	6	$2yt^2 + 4t^2$	0	1	-1
7	$\frac{y}{t-1} + t^2 - 1$	-1	0	5	8	$\frac{y}{t} + 2 \ln t$	1	2	0
9	$\frac{y}{t+3} - \frac{t+3}{t^2}$	1	2	4	10	$-\frac{4t-1}{t}y + 2t$	1	2	1
11	$\frac{y}{t \ln t} + \frac{\ln t}{t}$	e	$e + 1$	1	12	$2ty - 2t$	0	1	0
13	$\frac{y}{t} + 2t^2 e^{t^2}$	1	2	e	14	$\frac{y}{t+2} + (t+2)^2$	0	1	4
15	$\frac{y}{t+1} + t + 1$	1	2	0	16	$y \operatorname{ctg} t + \sin 2t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	2
17	$\frac{y}{t+2} + 3(t+2)e^{3t}$	0	1	4	18	$\frac{y}{t} + t \sin t + t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$\pi^2/4$
19	$\frac{y}{t-1} + t^2 - t$	-1	0	-1	20	$3yt^2 + 6t^2$	0	1	1
21	$\frac{y}{t+1} - (t+1)e^{-t}$	0	1	0	22	$-y \operatorname{tg} t + \frac{\cos t}{t^2}$	π	$\pi + 1$	0
23	$y \sin t + e^{-\cos t}$	0	1	0	24	$-y \operatorname{tg} t + \sin 2te^{-\cos t}$	0	1	2
25	$-y \operatorname{tg} t + \frac{1}{\cos t}$	0	1	0	26	$y \operatorname{ctg} t + \sin^2 t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0
27	$y \operatorname{ctg} t + 8t \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	π^2	28	$y \operatorname{ctg} t + 2 \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	π

N	f(t,y)	t_0	T	y_0	N	f(t,y)	t_0	T	y_0
29	$y \cos t + 3t^2 e^{\sin t}$	0	1	0	30	$-\frac{y}{t \ln t} + \frac{2t}{\ln t}$	e	e + 1	e^2

Задание 25.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$ с шагами $h_1 = 1/3$, $h_2 = 1/6$ и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить графики полученных приближенных решений.

N	$q(x)$	$f(x)$	y_0	y_1
1	1/4	$((\pi^2 + 1)/4) \sin(\pi(x + 1)/2)$	1	0
2	$7\pi^2/16$	$\pi^2 \cos(\pi x/4)$	2	$\sqrt{2}$
3	$1 + x$	$(1 + x)^2$	1	2
4	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \sin(\pi(4x + 1)/6)$	1/2	1/2
5	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \cos(\pi(2x - 1)/3)$	1/2	1/2
6	5	e^{2x}	1	e^2
7	$1 - x$	$2 + x(1 - x)^2$	0	0
8	1	$3 - x^2$	1	0
9	x	$2 + x - 2x^2$	1	0
10	e^2	e^{2x}	2	$1 + e$
11	1	$2 + x - x^2$	1	e
12	1	$2e^{-x}$	0	$1/e$
13	π^2	$2\pi^2 + 5\pi^2 \sin^2(\pi x)$	0	0
14	x	$2 + x^2 - x^3$	0	0
15	6	$6(1 - x + x^3)$	1	2
16	1/4	$(x^2 + 2x + 2)/(4(1 + x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
17	$1/(1 + x)$	1	1	2
18	1	$(\pi^2 + 1) \cos(\pi(2x - 1)/2)$	0	0
19	$5x^2 - 2$	$x^2 e^{-x^2}$	1	$1/e$
20	1/2	$e^{x/2}/4$	1	\sqrt{e}
21	$\pi^2/2$	$\pi^2(1 + \sin^2(\pi x/2))/2$	1	0
22	2	$2x^2 - 2x$	1	1
23	4	$4e^{-2x}$	0	$1/e^2$
24	$3/(2 - x)^2$	$1/(2 - x)^3$	1/2	1
25	1/2	$2x + x^2/2$	4	9
26	$3/(4(1 + x)^2)$	$1/(1 + x)^{3/2}$	1	$\sqrt{2}$
27	$1/\sqrt{1 + x}$	$1 + 1/(4(1 + x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
28	1	$5 \sin 2x$	0	$\sin 2$
29	$(\pi/2) \operatorname{tg}^2(\pi x/4) + \pi$	$(\pi/2) \operatorname{tg}(\pi x/4)$	0	1
30	x^2	$(x^2 - 1)e^{-x}$	1	$1/e$

Задание 27.

Найти приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), & a < x < b, \quad 0 < t \leq T, \\ u(a, t) = g_1(t), \quad u(b, t) = g_2(t), & 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & a \leq x \leq b, \end{cases}$$

используя явную разностную схему. Взять $h = (b-a)/10$, шаг τ выбрать из условия устойчивости. Изобразить графики зависимости приближенного решения от x при $\tau = 0, 2\tau, 4\tau, \dots T$.

N	a	b	k	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
1	0	2	0.5	1	e^{-t}	e^{-5t}	2
2	0	1	0.5	1	e^{-t}	e^{-10t}	2
3	-1	1	2	x^2	1	1	0
4	0	1	0.2	$1 - x^2$	1	0	0
5	0	2	2	0	0	$10t$	1
6	0	1	0.5	0	0	$10t$	t
7	0	1	0.4	$x - x^2$	0	$1 - e^{-t}$	0
8	0	1	0.2	0	$1 - e^{-t}$	0	e^{-t}
9	0	1	1	$x - x^2$	$\sin 2t$	0	0
10	0	1	0.25	x^3	0	1	5
11	0	1	0.2	$1 - x^2$	1	0	$1 - x$
12	0	1	0.2	1	$\cos t$	1	0
13	0	1	0.25	$x - x^2$	t	0	e^{-t}
14	0	1	0.5	$x - x^2$	$1 - e^{-t}$	t	0
15	0	1	0.5	0	0	0	$\sin(\pi x)e^{-t}$
16	0	1	0.25	x^3	0	1	x
17	0	1	1	0	0	0	x
18	0	1	1	1	e^t	e^{10t}	0
19	0	1	0.4	0	0	0	$x(1 - x) \sin t$
20	0	2	1	1	e^{-5t}	$\cos t$	1
21	0	1	0.2	$x - x^2$	0	t	$x - x^2$
22	0	1	0.5	$1 - x^3$	e^t	0	$1 - x$
23	0	1	0.4	$(1 - x)^3$	1	$\sin t$	$(1 - x) \sin t$
24	0	1	0.4	1	1	1	$\cos t$
25	0	1	0.25	$(1 - x)^2$	e^{-t}	$1 - e^{-t}$	0
26	0	1	1	x^3	$\sin t$	$\cos t$	0
27	0	1	0.4	x^3	0	0	x^2
28	0	1	1	$ x - 0.5 $	0.5	0.5	0
29	0	1	1	$1 - x^2$	$1/(1 + t)$	0	0
30	0	1	0.4	x	0	1	1