

СТАТИКА

Задание

к расчетно-графической работе "Статика"

РГР-1

Вариант №

МОСКВА 20.. г.

ЗАДАНИЕ

Вариант задания включает в себя номер схемы (Приложение 1) и номер строки исходных данных (Приложение 2). Используются только те исходные данные, которые фигурируют в конкретной расчетной схеме.

ЗАДАНИЕ: Определить реакции в точках А, В, С и характер изменения этих реакций в зависимости от направления действия силы P_1 (угла β). Весом балок и трением в шарнирах пренебречь.

Основные требования к оформлению задания:

- работа выполняется на листах формата А4 на одной стороне листа;
- рисунки и графики выполняются на отдельных листах;
- нумерация страниц сквозная (включая текст, рисунки и графики);
- титульный лист задания оформляется в соответствии с образцом (см. Приложение 3).

УКАЗАНИЯ

1. Изучить заданную механическую систему, кратко описать её (см. пример выполнения задания). Затем необходимо выполнить рисунок механической системы, записать в краткой форме, что дано, и что требуется определить.

2. Составить расчётные схемы.

Под расчётной схемой понимается свободная от связей механическая система, состоящая из одного или нескольких связанных между собой тел, к которой приложены активные силы и реакции связей.

При разработке каждой расчётной схемы следует:

- выполнить рисунок рассматриваемого тела или системы тел с указанием необходимых геометрических размеров;
- указать силы, действуют на выбранную систему тел (тело);
- заменить связи, ограничивающие перемещения системы, их реакциями;
- заменить распределенные нагрузки эквивалентными сосредоточенными;
- заменить пары сил их моментами.

Расчётные схемы должны быть изображены на отдельных рисунках.

3. Составить уравнения равновесия.

Поскольку в данной работе рассматривается плоская система сил, то для каждой расчётной схемы составляется не более трёх уравнений. Общее число уравнений должно быть равно числу неизвестных.

4. Решить полученную систему уравнений аналитически (например, методом подстановки), получив расчётные формулы для определения неизвестных.

5. Провести подсчёт значений (табуляцию) искомых реакций по полученным расчётным формулам. При табуляции угол β менять от 0° до 360° с шагом 30° ($\beta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ \dots 360^\circ$).
6. Построить графики зависимостей реакций от угла β .

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Рассмотрим схему, представленную на рис. 1; строка исходных данных – 1.

Механическая система состоит из 2-х балок ВС и АС, соединённых между собой цилиндрическим шарниром С. В точке А балка СА закрепляется в вертикальной стенке с помощью жёсткой заделки, в точке В – с помощью невесомого стержня ВD. Система нагружена равномерно распределённой нагрузкой интенсивностью q , парой сил с моментом M и силой P_1 .

Необходимо определить реакции в точках А, В, С и характер изменения этих реакций в зависимости от направления действия силы P_1 (угла β). Весом балок и трением в шарнирах пренебречь.

Дано: $q = 4,8$ Н/м, $P_1 = 1,5$ Н, $M = 1$ Н·м, $a = 1,2$ м, $\alpha = 60^\circ$.

Определить: $R_{AX}(\beta)$, $R_{AY}(\beta)$, $R_A(\beta)$, $R_{CX}(\beta)$, $R_{CY}(\beta)$, $R_C(\beta)$, $R_B(\beta)$, $M_A(\beta)$.

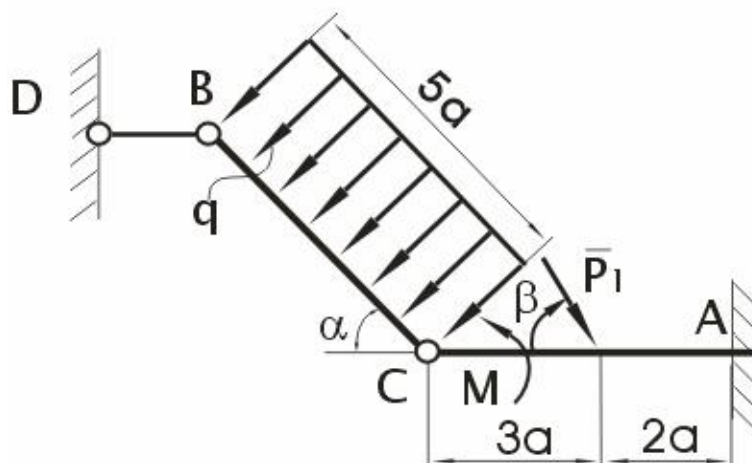


Рис. 1

Составление расчетной схемы и уравнений равновесия

Придерживаясь алгоритма решения задач статики, составим расчетную схему 1 для всей механической системы (рис.2).

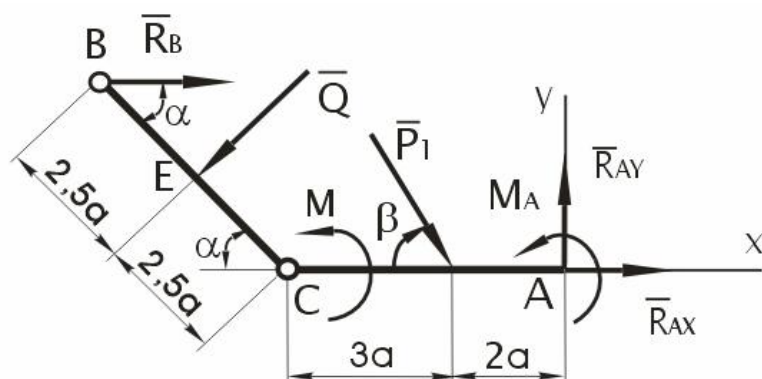


Рис. 2

Поскольку число неизвестных компонент реакций в этой схеме (R_B, R_{Ax}, R_{Ay}, M_A) больше числа независимых уравнений равновесия в плоской статике (их три), то расчленим систему по шарниру С и составим две новые расчётные схемы.

Расчётная схема 2 (балка ВС) (рис. 3)

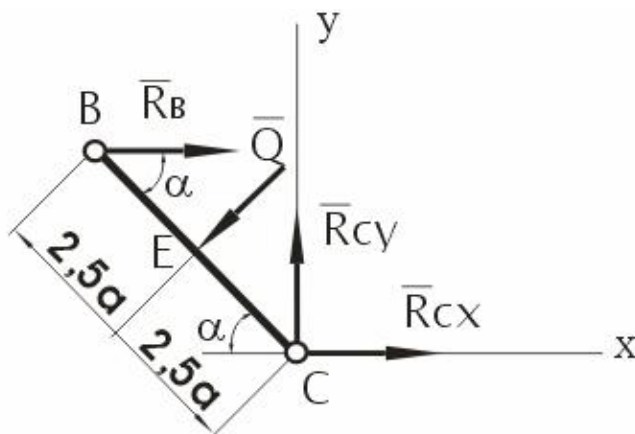


Рис. 3

Для балки ВС:

- активные силы: равномерно распределённую нагрузку интенсивностью q заменяем сосредоточенной силой \bar{Q} (модуль силы \bar{Q} равен $Q = 5aq$, точка приложения силы \bar{Q} – точка E);

- связи: поскольку BD – невесомый шарнирно опертый стержень, его реакция \vec{R}_B направлена вдоль BD (рис.1), C – цилиндрический шарнир, составляющие реакции которого $\vec{R}_{CX}, \vec{R}_{CY}$ (рис.3).

Таким образом, на балку BC действует система сил $\vec{Q}, \vec{R}_B, \vec{R}_{CX}, \vec{R}_{CY}$ – произвольная плоская система сил, равновесие которой выполняется при следующих условиях:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{KX} &= 0, \\ \Sigma F_{KY} &= 0, \\ \Sigma M_C(\vec{F}_k) &= 0.\end{aligned}$$

Эти уравнения равновесия для схемы 2 (см. рис. 3):

- 1) $\Sigma F_{KX} = R_B + R_{CX} - Q \cdot \sin \alpha = 0,$
- 2) $\Sigma F_{KY} = R_{CY} - Q \cdot \cos \alpha = 0,$
- 3) $\Sigma M_C(\vec{F}_k) = Q \cdot 2,5a - R_B \cdot 5a \cdot \sin \alpha = 0.$

Расчётная схема 3 (балка AC) (рис. 4)

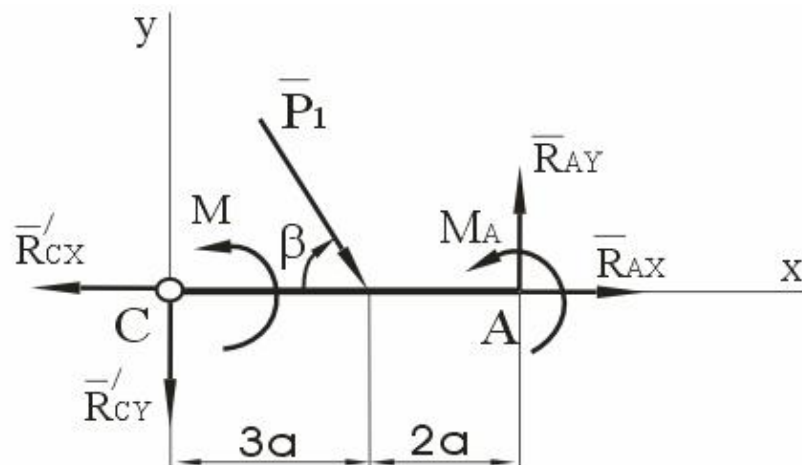


Рис. 4

Для балки AC:

- активные силовые факторы, действующие на балку AC: сила \vec{P}_1 , момент M ;
- связи: в точке A – жёсткая заделка, реакция состоит из силы реакции (направление её заранее неизвестно, поэтому силу раскладываем на составляющие $\vec{R}_{AX}, \vec{R}_{AY}$) и пары сил с моментом M_A ; в точке C – цилиндрический шарнир, составляющие реакции которого $\vec{R}'_{CX}, \vec{R}'_{CY}$ (рис. 4).

Уравнения равновесия для схемы 3:

$$4) \Sigma F_{KX} = R_{AX} - R'_{CX} + P_1 \cdot \cos \beta = 0,$$

$$5) \Sigma F_{KY} = R_{AY} - R'_{CY} - P_1 \cdot \sin \beta = 0,$$

$$6) \Sigma M_C(\vec{F}_k) = M + M_A - (P_1 \cdot \sin \beta)3a + R_{AY} \cdot 5a = 0.$$

Решение системы уравнений

Перепишем систему уравнений, принимая во внимание, что $R'_{CX} = R_{CX}$ и $R'_{CY} = R_{CY}$ (модули этих сил равны).

$$\begin{cases} R_B + R_{CX} - Q \cdot \sin \alpha = 0, & (1) \\ R_{CY} - Q \cdot \cos \alpha = 0, & (2) \\ Q \cdot 2,5a - R_B \cdot 5a \cdot \sin \alpha = 0, & (3) \\ R_{AX} - R_{CX} + P_1 \cdot \cos \beta = 0, & (4) \\ R_{AY} - R_{CY} - P_1 \cdot \sin \beta = 0, & (5) \\ M + M_A - P_1 \cdot 3a \cdot \sin \beta + R_{AY} \cdot 5a = 0. & (6) \end{cases}$$

Решим систему методом подстановки.

Из уравнений (2) и (3) следует:

$$R_{CY} = Q \cdot \cos \alpha, \quad (7)$$

$$R_B = \frac{Q}{2 \sin \alpha} \quad (8)$$

Подставив R_{CY} в уравнение (5), получим: $R_{AY} - Q \cdot \cos \alpha - P_1 \cdot \sin \beta = 0$, откуда

$$R_{AY} = Q \cdot \cos \alpha + P_1 \cdot \sin \beta \quad (9)$$

Далее из (6):

$$\begin{aligned} M_A &= P_1 \cdot 3a \cdot \sin \beta - M - (Q \cdot \cos \alpha + P_1 \cdot \sin \beta)5a = \\ &= -M - Q \cdot 5a \cdot \cos \alpha - P_1 \cdot 2a \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Окончательно:

$$M_A = -M - Q \cdot 5a \cdot \cos \alpha - P_1 \cdot 2a \cdot \sin \beta \quad (10)$$

Из уравнения (1) следует:

$$R_{CX} = Q \cdot \sin \alpha - R_B = Q \cdot \sin \alpha - \frac{Q}{2 \sin \alpha}$$

$$R_{CX} = Q \left(\sin \alpha - \frac{1}{2 \sin \alpha} \right) \quad (11)$$

Наконец, из уравнения (4) находим R_{AX} :

$$R_{AX} = R_{CX} - P_1 \cos \beta;$$

$$R_{AX} = Q(\sin \alpha - \frac{1}{2\sin \alpha}) - P_1 \cos \beta \quad (12)$$

Полученные выражения (7)...(12) представляют собой расчётные формулы, у которых в правой части равенств – заданные параметры (с учётом $Q = 5q \cdot a$), а в левой – искомые величины.

Результаты расчётов

Подсчёт значений величин по полученным формулам можно проводить как на компьютере, так и вручную, на калькуляторе.

Для удобства формулы (7)...(12) запишем в численном виде, подставив исходные данные:

$$\begin{aligned} Q &= 5q \cdot a = 5 \cdot 4,8 \cdot 1,2 = 28,80; & (\text{Н}) \\ R_{AX} &= 8,31 - 1,5 \cos \beta; & (\text{Н}) \\ R_{AY} &= 14,40 + 1,5 \sin \beta; & (\text{Н}) \\ R_B &= 16,63; & (\text{Н}) \\ R_{CX} &= 8,31; & (\text{Н}) \\ R_{CY} &= 14,40; & (\text{Н}) \\ M_A &= -87,4 - 3,6 \sin \beta. & (\text{Н} \cdot \text{м}) \end{aligned}$$

Результаты расчётов сведены в таблицу 1, а их графическое изображение приведено на рис. 5.

Оценка величины реакции R_A и R_C приведена по формулам:

$$R_A = \sqrt{R_{AX}^2 + R_{AY}^2}, \quad R_C = \sqrt{R_{CX}^2 + R_{CY}^2};$$

$$R_B = R_C;$$

Таблица 1

β°	R_{AX} (Н)	R_{AY} (Н)	R_A (Н)	R_{CX} (Н)	R_{CY} (Н)	R_C (Н)	R_B (Н)	M_A (Н·м)
0	6,81	14,40	15,93	8,31	14,40	16,63	16,63	-87,40
30	7,01	15,15	16,69	8,31	14,40	16,63	16,63	-89,20
60	7,56	15,70	17,42	8,31	14,40	16,63	16,63	-90,52
90	8,31	15,90	17,94	8,31	14,40	16,63	16,63	-91,00
120	9,06	15,70	18,13	8,31	14,40	16,63	16,63	-90,52
150	9,61	15,15	17,94	8,31	14,40	16,63	16,63	-89,20
180	9,81	14,40	17,42	8,31	14,40	16,63	16,63	-87,40
210	9,61	13,65	16,69	8,31	14,40	16,63	16,63	-85,60
240	9,06	13,10	15,93	8,31	14,40	16,63	16,63	-84,28
270	8,31	12,90	15,34	8,31	14,40	16,63	16,63	-83,80
300	7,56	13,10	15,13	8,31	14,40	16,63	16,63	-84,28
330	7,01	13,65	15,35	8,31	14,40	16,63	16,63	-85,60
360	6,81	14,40	15,93	8,31	14,40	16,63	16,63	-87,40

Зависимость сил реакций и момента в заделке от угла β

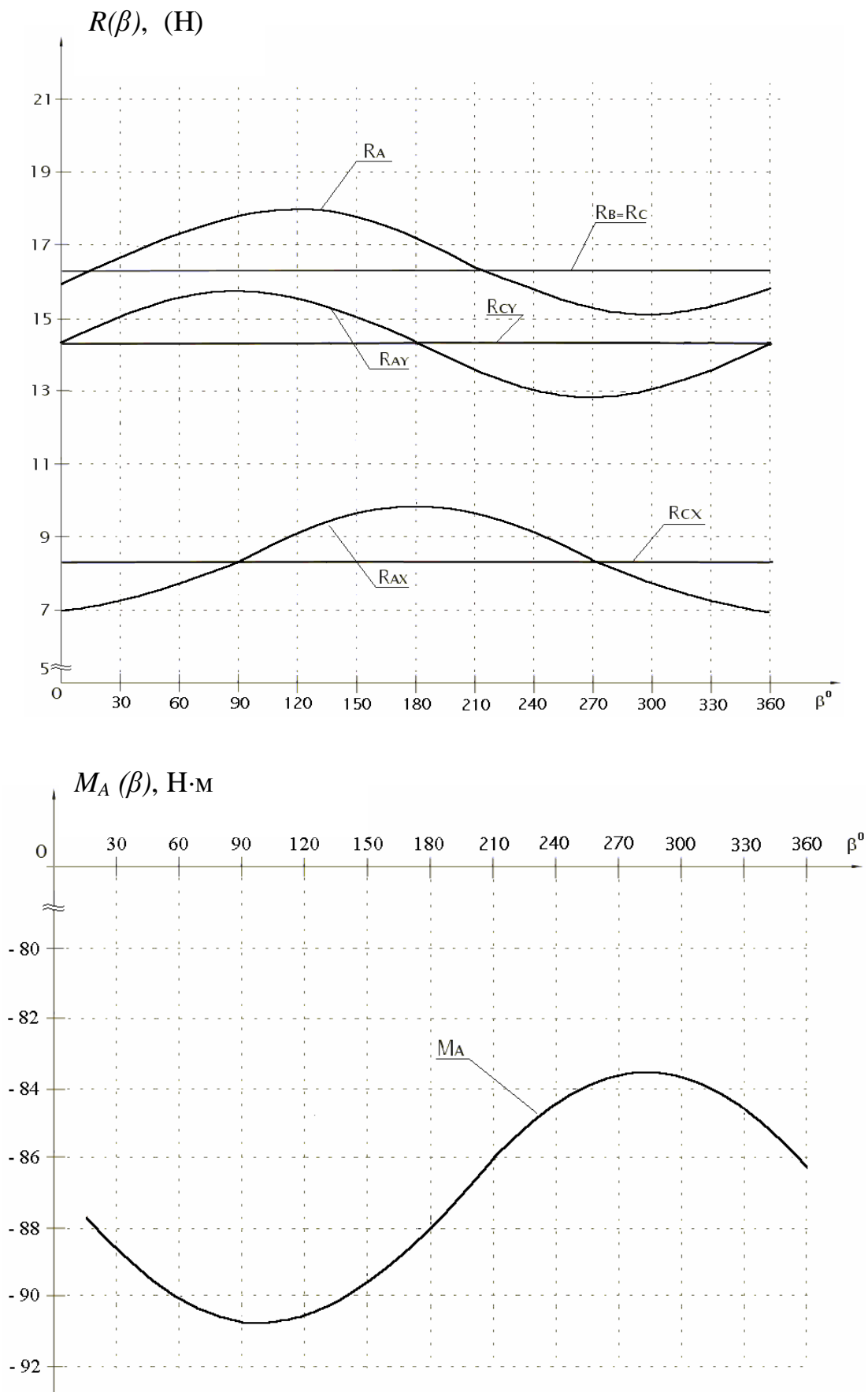
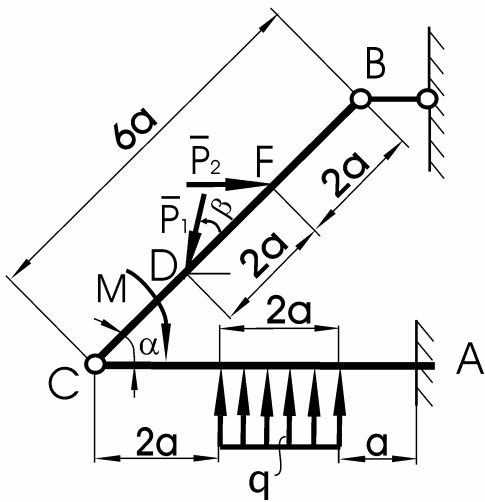
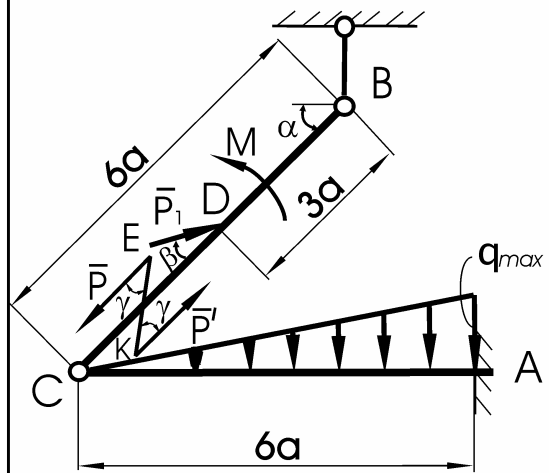


Рис. 5

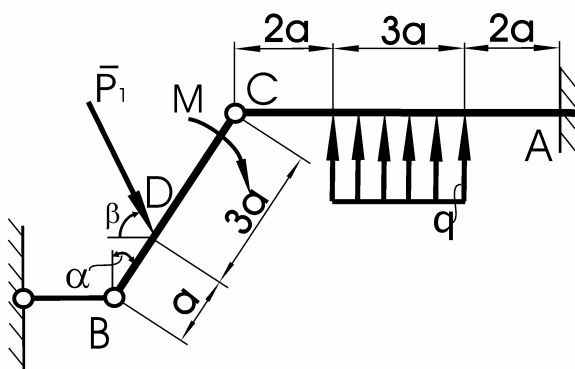
1



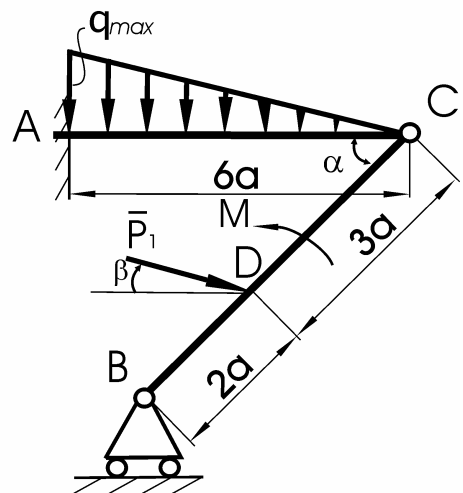
2



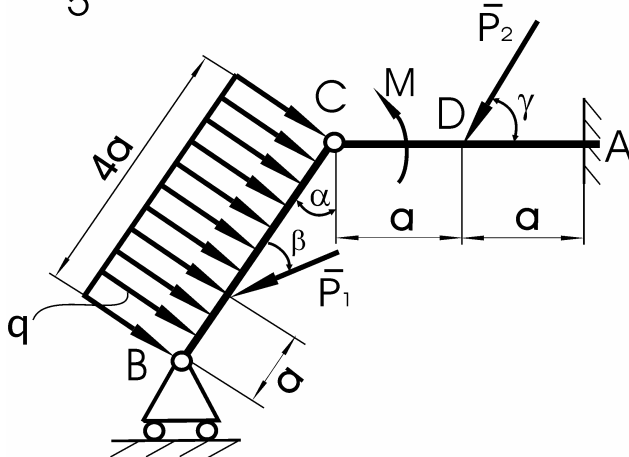
3



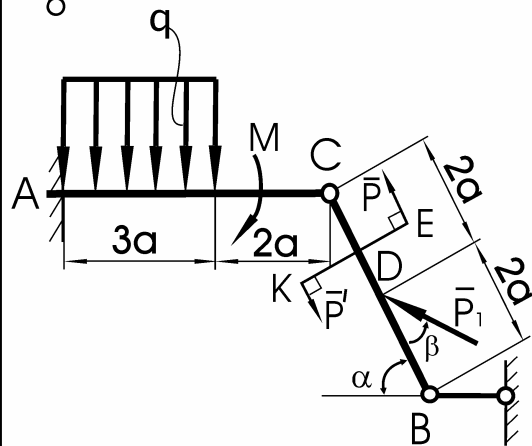
4



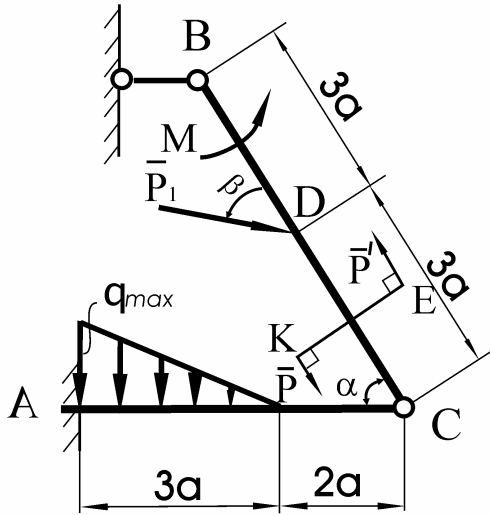
5



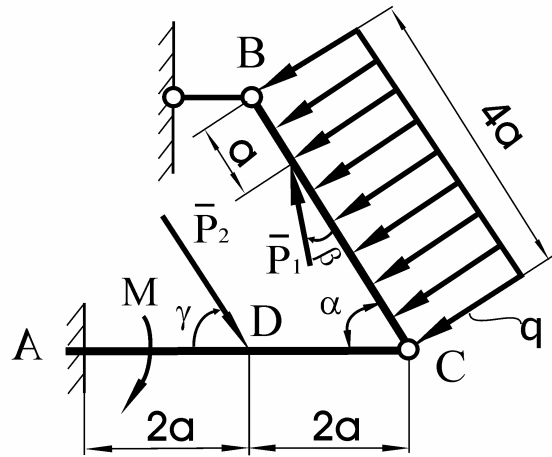
6



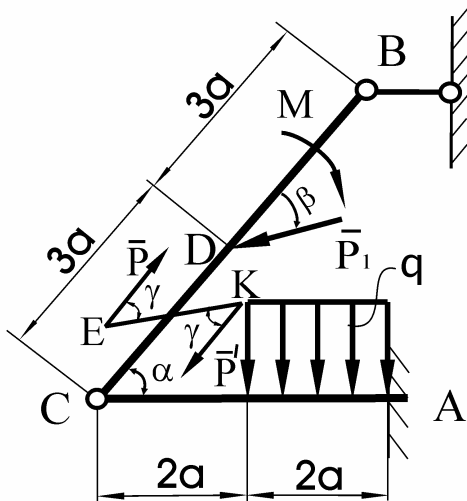
7



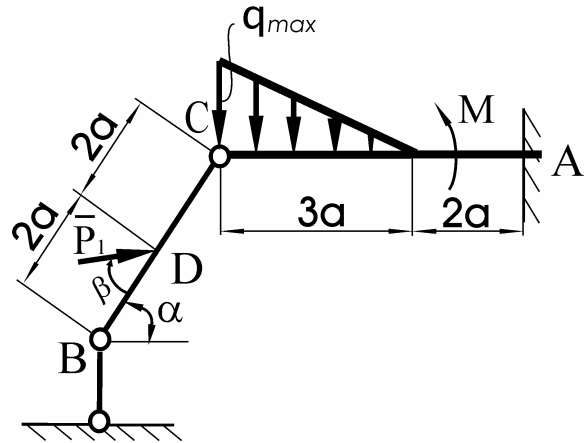
8



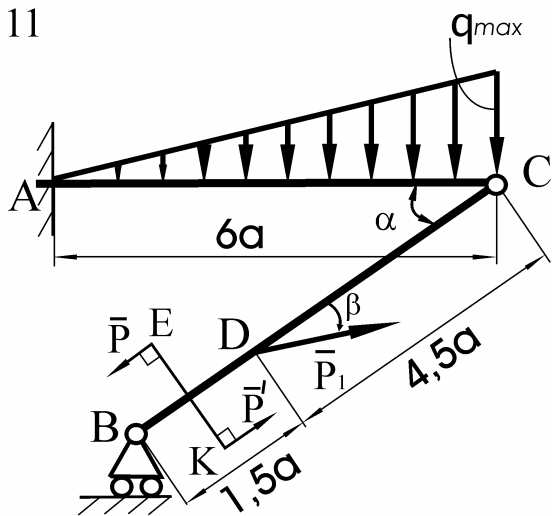
9



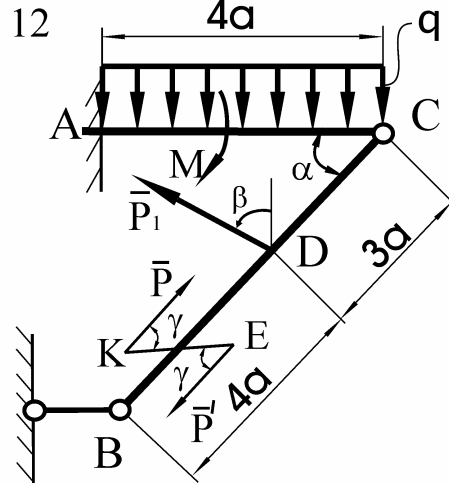
10

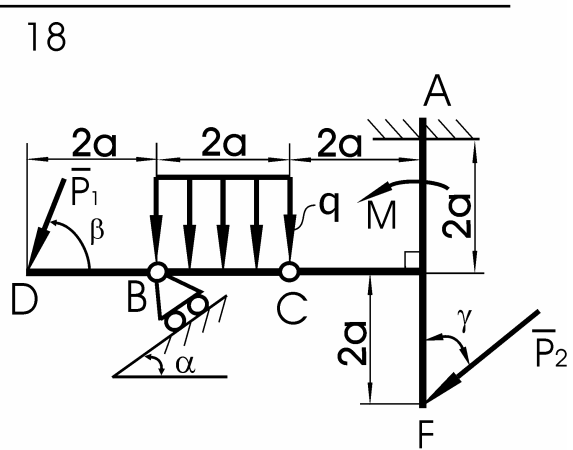
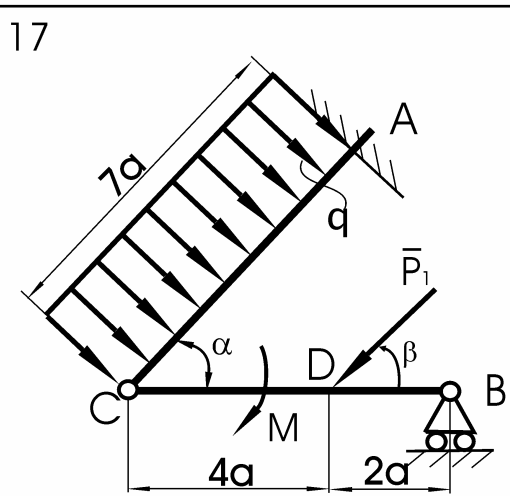
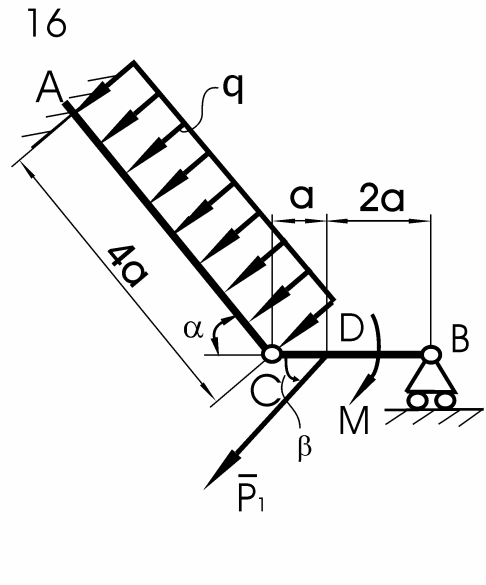
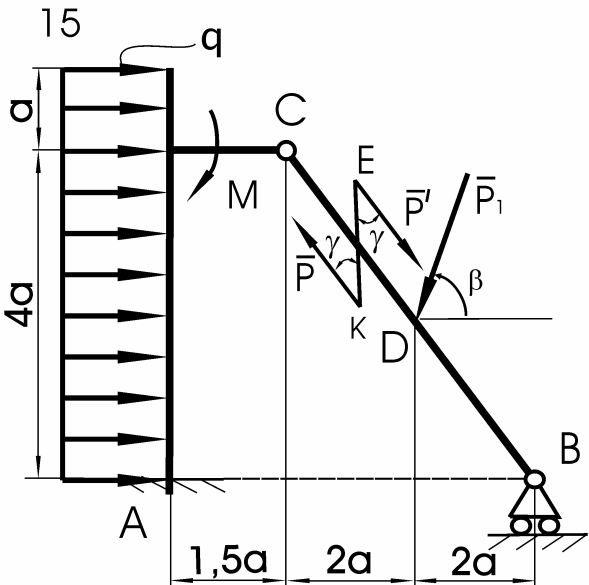
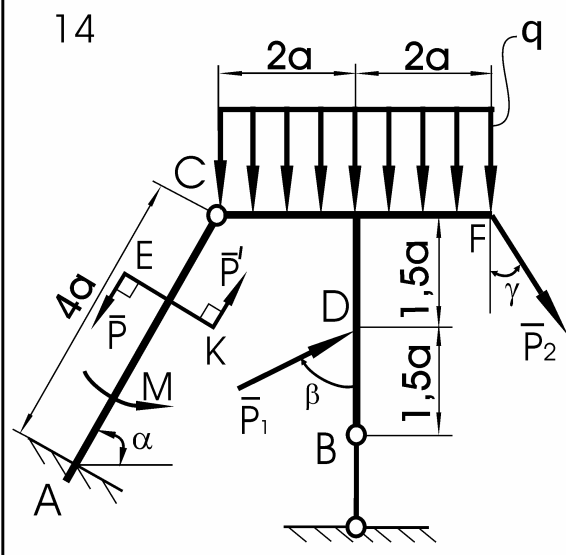
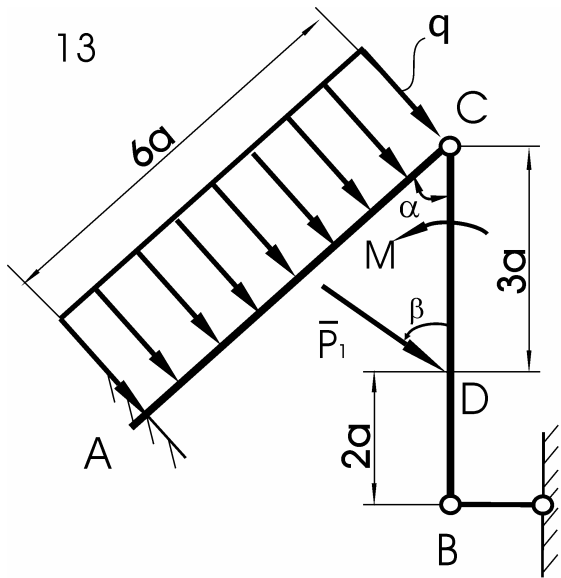


11

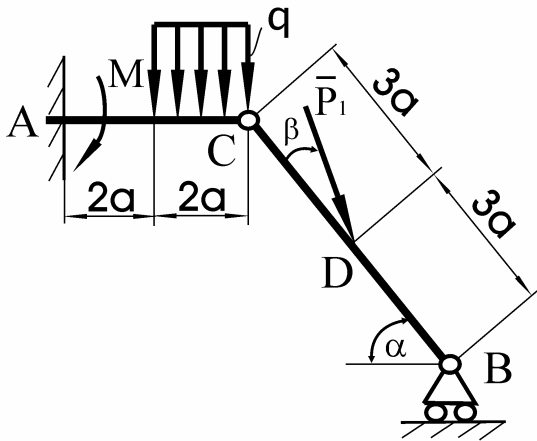


12

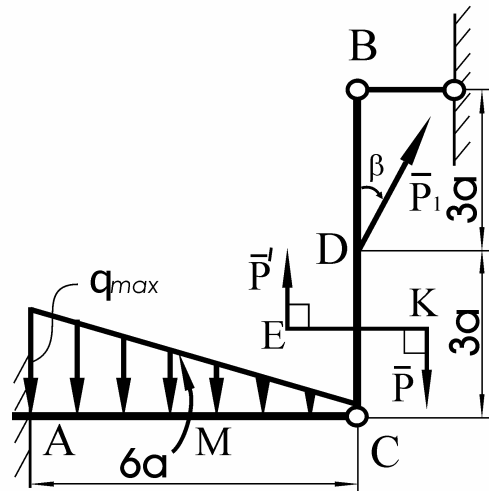




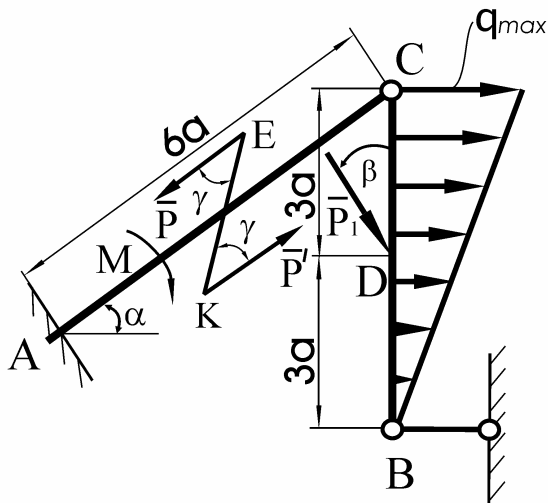
19



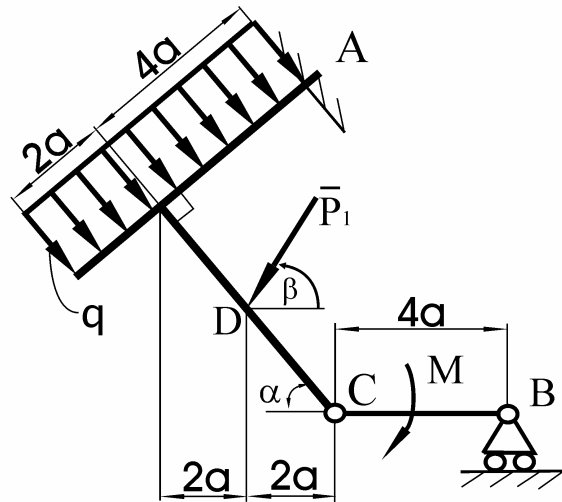
20



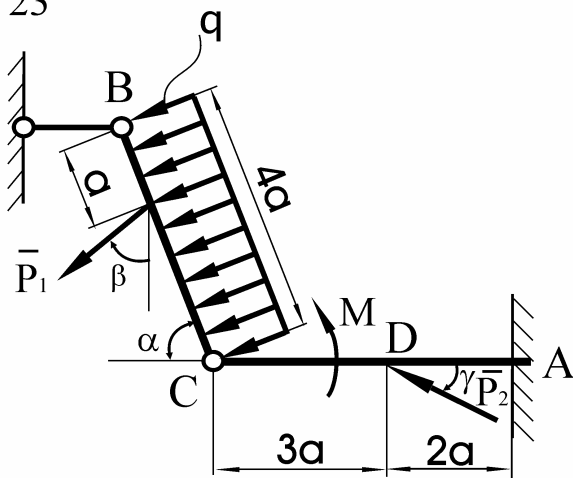
21



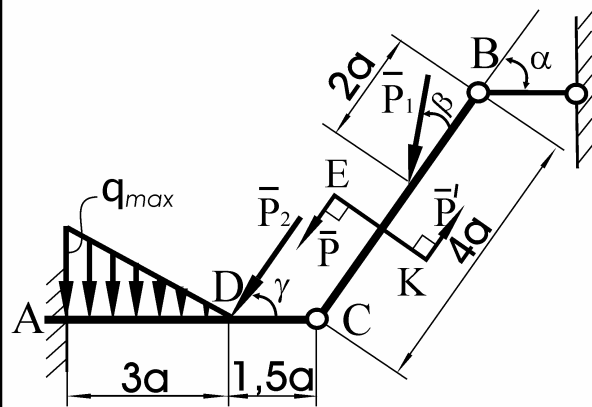
22



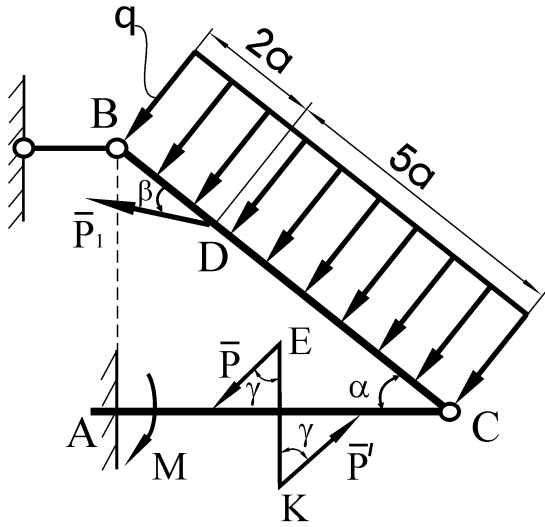
23



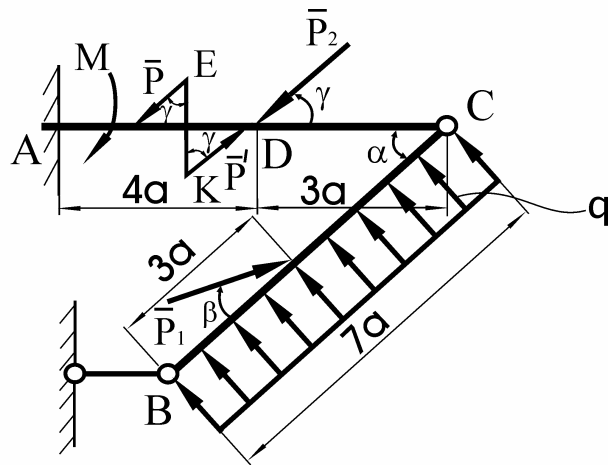
24



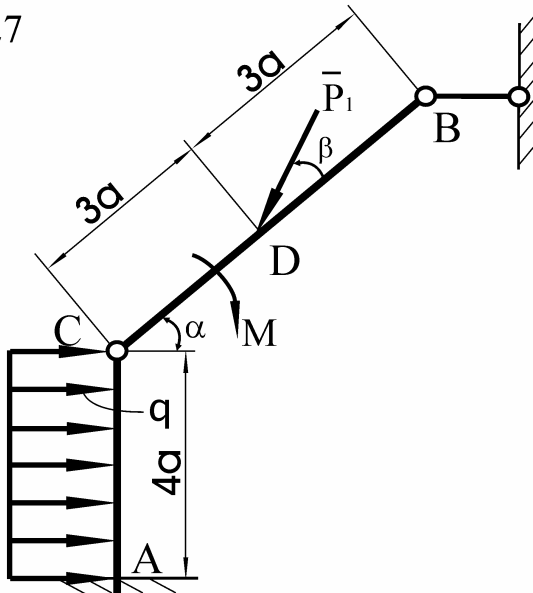
25



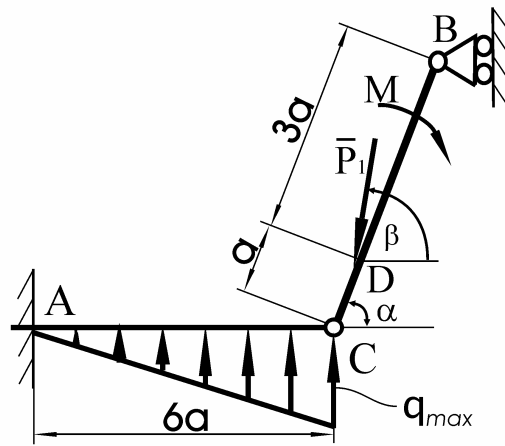
26



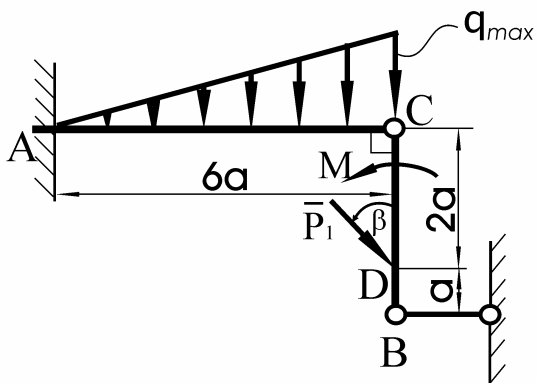
27



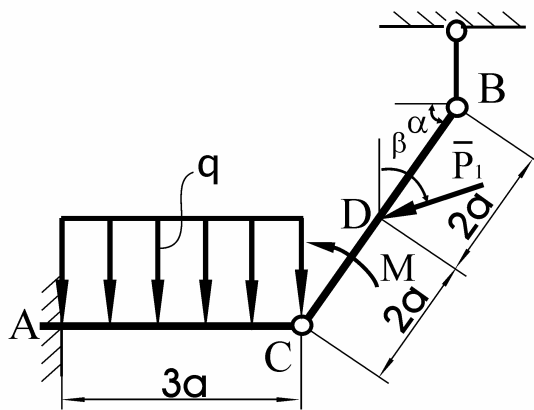
28



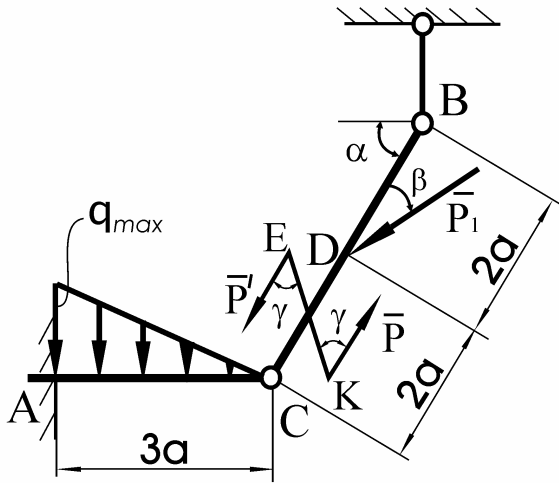
29



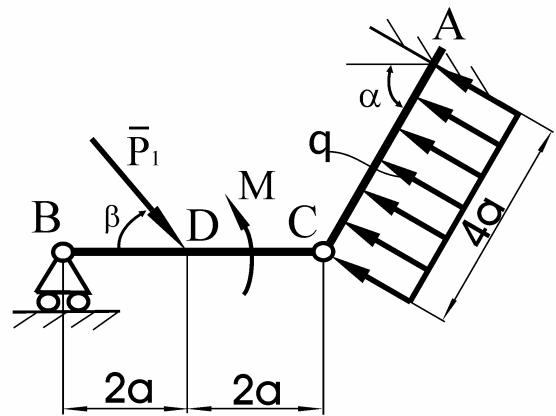
30



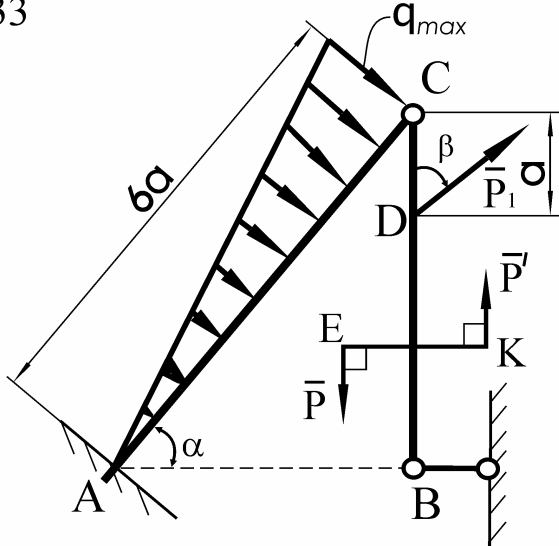
31



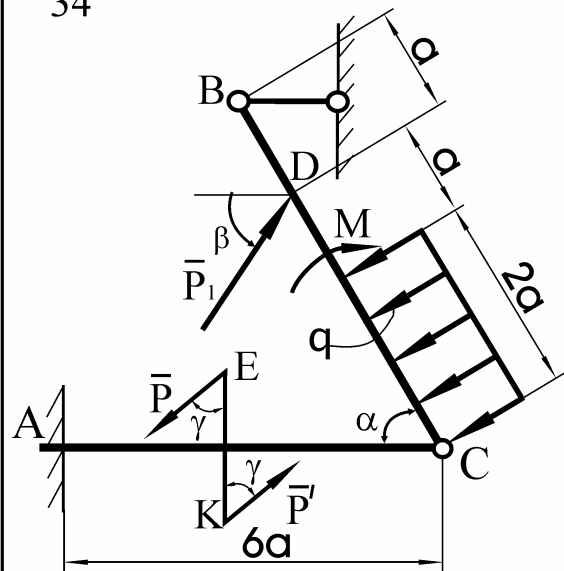
32



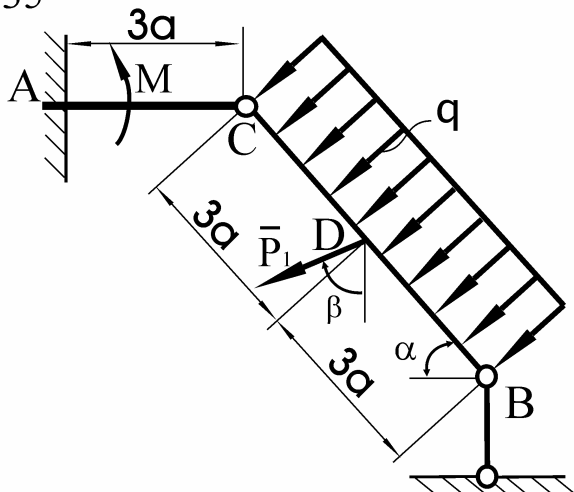
33



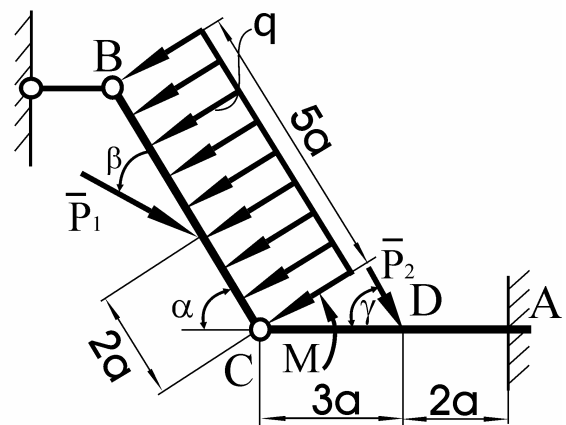
34



35



36



ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Варианты исходных данных

Во всех вариантах заданий принять: $P_2 = 10 \text{ Н}$, $P = P' = P_1$.

№ п/п	P_1 (Н)	q_{\max} (Н/м)	q (Н/м)	M (Н·м)	a (м)	КЕ (м)	α°	γ°
1	1,5	1,0	4,8	1,0	1,2	0,6	60	45
2	2,0	1,2	4,6	1,2	1,4	0,8	45	30
3	2,5	1,4	4,4	1,4	1,6	1,0	30	60
4	3,0	1,6	4,2	1,6	1,8	1,2	45	30
5	3,5	1,8	4,0	1,8	2,0	1,4	60	45
6	4,0	2,0	3,8	2,0	2,2	1,6	30	60
7	4,5	2,2	3,6	2,2	2,4	1,8	45	60
8	5,0	2,4	3,4	2,4	2,6	2,0	30	45
9	5,5	2,6	3,2	2,6	2,8	0,6	60	30
10	6,0	2,8	3,0	2,8	3,0	0,8	30	45
11	6,5	3,0	2,8	3,0	3,2	1,0	45	60
12	7,0	3,2	2,6	3,2	3,4	1,2	60	30
13	7,5	3,4	2,4	3,4	3,6	1,4	30	45
14	8,0	3,6	2,2	3,6	3,8	1,6	60	30
15	8,5	3,8	2,0	3,8	4,0	1,8	45	30
16	9,0	4,0	1,8	4,0	4,2	2,0	45	60
17	9,5	4,2	1,6	4,2	4,4	0,6	30	60
18	10,0	4,4	1,4	4,4	4,6	0,8	45	30
19	10,5	4,6	1,2	4,6	4,8	1,0	30	45
20	11,0	4,8	1,0	4,8	5,0	1,2	45	60

Расчётно-графическое задание по статике

РГР-1

РАВНОВЕСИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Группа ()

Студент (*Личная подпись*) (И.О. Фамилия)

Оценка работы ()

Дата « ____ » _____

Преподаватель (*Личная подпись*) (И.О. Фамилия)

МОСКВА, 200__г.