



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИДО  
С.И. Качин

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 г.

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ**

Методические указания и индивидуальные задания  
для студентов ИДО, обучающихся по направлению  
220700 «Автоматизация технологических процессов и производств»

*Составитель В.А. Рудницкий*

|  |          |          |            |
|--|----------|----------|------------|
| <b>Семестр</b>                                       | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b>   |
| Кредиты  |          | 6        | 4          |
| Лекции, часов  | 2        | 8        | –          |
| Практические занятия, часов                          |          | 4        | 8          |
| Лабораторные занятия, часов                          |          | 6        | –          |
| Консультации по выполнению<br>курсовой работы, часов |          |          | 6          |
| Индивидуальные задания                               |          | № 1      | –          |
| Самостоятельная работа, часов                        |          | 127      | 127        |
| Формы контроля                                       |          | экзамен  | диф. зачет |

Издательство  
Томского политехнического университета  
2012



УДК 622.276

Математические основы теории систем: метод. указ. и индивид. задания для студентов ИДО, обучающихся по напр. 220700 «Автоматизация технологических процессов и производств» / сост. В.А. Рудницкий; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 26 с.

Методические указания и индивидуальные задания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры интегрированных компьютерных систем управления « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 г., протокол № \_\_\_\_.

Зав. кафедрой ИКСУ,  
доктор техн. наук, профессор \_\_\_\_\_ А.М. Малышенко

#### Аннотация

Методические указания и индивидуальные задания по дисциплине «Математические основы теории систем» предназначены для студентов ИДО, обучающихся по направлению 220700 «Автоматизация технологических процессов и производств». Данная дисциплина изучается в одном семестре.

Дисциплина «Математические основы теории систем» является вводным профессиональным курсом для студентов, обучающихся по данному направлению. Она содержит базовые сведения о математических основах моделирования и управления техническими системами, а так же об инструментарии, который используется для решения различных задач анализа и синтеза систем.

Приведено содержание основных тем дисциплины, указаны темы практических занятий и перечень лабораторных работ. Приведены варианты индивидуального домашнего задания и курсовой работы. Даны методические указания по выполнению индивидуального домашнего задания и курсовой работы.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   |    |
|---|----|
| 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ<br>ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....                                     | 4  |
| 2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ .....   | 5  |
| 3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ .....  | 11 |
| 3.1. Тематика практических занятий .....  | 11 |
| 3.2. Тематика лабораторных занятий .....  | 11 |
| 4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ .....  | 12 |
| 4.1. Общие методические указания .....  | 12 |
| 4.2. Варианты домашних заданий и методические указания .....  | 12 |
| 4.2.1. Варианты ИДЗ .....   | 12 |
| 4.2.2. Методические указания к выполнению ИДЗ .....   | 16 |
| 5. КУРСОВАЯ РАБОТА .....  | 17 |
| 5.1. Методические указания по выполнению курсовой работы .....  | 17 |
| 5.1.1. Задание на курсовую работу .....   | 17 |
| 5.1.2. Варианты заданий на курсовую работу .....  | 18 |
| 6. ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ .....   | 19 |
| 6.2. Образец экзаменационного билета для студентов,<br>изучающих дисциплину по классической заочной форме ..... | 20 |
| 6.3. Образец экзаменационного билета для студентов,<br>изучающих дисциплину с применением ДОТ .....             | 20 |
| 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....   | 24 |
| 7.1. Литература основная .....  | 24 |
| 7.2. Литература дополнительная .....  | 24 |



## **1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина «Математические основы теории систем» призвана сформировать у студентов основы базовых знаний по теории систем, необходимые им для изучения последующих учебных дисциплин и дальнейшей профессиональной деятельности.

После изучения данной дисциплины студент должен иметь представление о современных математических моделях, используемых в технических системах, знать и уметь использовать основные математические принципы исследования систем, основные методы, используемые при изучении свойств технических объектов и систем, иметь опыт использования программного пакета MathCAD для моделирования систем и изучения их характеристик.

Познавательная деятельность студентов по дисциплине заключается:

- в самостоятельном изучении материала теоретических занятий по рекомендованной литературе и учебно-методическим пособиям;
- в подготовке к лабораторным занятиям;

Дисциплина относится к циклу Б.2 – Математический и естественнонаучный цикл. Пререквизиты – «Математика», «Математический анализ», кореквизиты – «Дискретная математика».



## **2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **3 СЕМЕСТР**

#### **Тема 1. Введение**

Определение понятий *кибернетика, управление, автоматизация, система*. Классификация систем. Основные принципы системного анализа и синтеза. Типовые задачи и методы системного анализа.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 8–23].

#### **Методические указания**

Необходимо усвоить предмет и цели курса, его место среди других дисциплин. Требуется уверенно ориентироваться в классификации технических систем, знать основные принципы системного анализа и синтеза и уметь их применять. Особое внимание следует уделить рассмотрению типовых задач и методов системного анализа.

#### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Что понимают под кибернетикой?
2. В чем суть дескрипторного, конструктивного, теоретико-формального и математического определения систем?
3. Перечислите основные признаки, используемые при классификации систем?
4. Что понимается под «сложной системой»?
5. Перечислите основные принципы системного анализа?
6. Каковы основные методы системного анализа?

#### **Тема 2. Детерминированные входные, внутренние и выходные переменные (сигналы) систем**

Сигналы непрерывного типа. Сигналы, квантованные по уровню. Сигналы, квантованные по времени. Сигналы, квантованные по времени и уровню. Спектральные характеристики непрерывных и дискретных сигналов. Операторное представление непрерывных и дискретных сигналов.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 25–62, с. 69–93].

#### **Методические указания**

Эта тема является ключевой с точки зрения дальнейшего наращивания профессиональных знаний специалистами по автоматизации объектов нефтегазовой отрасли. Знание сигналов, их характеристик и способов представления позволяют организовать эффективную работу по



автоматизации добычи, транспортировки и переработки углеводородного сырья.

### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Какие описывающие системы переменные относятся к классу детерминированных, а какие к классу случайных?
2. Каковы основные способы математического описания детерминированных переменных?
3. Какие способы квантования используются в системах?
4. В чем отличие АИМ и ШИМ первого и второго рода?
5. Что понимается под решетчатой функцией?
6. Чем спектр периодического сигнала отличается от спектра непериодического?
7. В чем разница между двусторонним, односторонним и текущим преобразованиями Фурье?

### **Тема 3. Случайные величины и случайные функции**

Дискретные случайные величины и их статистические характеристики. Непрерывные случайные величины и их статистические характеристики. Случайные процессы и их статистические характеристики.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 25–62].

### **Методические указания**

Особое внимание следует уделить пониманию места и роли случайных процессов в реальных технических системах, их влиянию на функционирование реальных объектов и систем. Знание основных методов работы со случайными воздействиями и процессами окажет существенную поддержку при решении задач автоматизации.

### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Что такое непрерывная случайная величина?
2. Что такое дискретная случайная величина?
3. Что такое случайный процесс?
4. Каковы характеристики случайных величин и случайных процессов?
5. Что такое функция распределения случайной величины?
6. Перечислите числовые характеристики случайных величин.

### **Тема 4. Математическое моделирование систем**

Цели формирования математических моделей систем. Особенности математического описания систем. Основные типы математических моделей систем. Понятие «состояние системы». Координатное, параметрическое, структурное и алгоритмическое состояние системы. Понятие



процесса в системе. Математическое описание состояний и процессов в системах. Математическое описание свойств и характеристик систем.

Линеаризация математических моделей. Запись уравнений в отклонениях от опорных состояний и процессов. Запись уравнений в относительных величинах. Дискретизация математических моделей. Запись уравнений линейных систем в операторной форме. Редуцирование математических моделей.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 99–124, с. 126–140].

### **Методические указания**

Необходимо усвоить основные понятия, цели и особенности, относящиеся к вопросам описания состояний и процессов в технических системах. Нужно обратить внимание почему важное значение при моделировании систем имеет математическое описание их свойств и характеристик.

Следует уяснить роль и значение линеаризации при описании математических моделей, а также различных форм представления математических моделей и их редуцирования.

### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Что понимают под математическим моделированием?
2. Чем обусловлена сложность математического описания систем?
3. Каковы основные классы математических моделей систем?
4. Что такое множественное представление моделей систем?
5. Что понимают под линеаризацией математических моделей?
6. Как классифицируются математические модели систем?

### **Тема 5. Типизация математических моделей состояний и процессов в линейных обыкновенных системах**

Типовые формы математических моделей систем. Приведение математических моделей к форме «вход-выход». Приведение математических моделей к форме «вход–состояние–выход». Векторно-матричное отображение моделей систем.

Приведение матрично-отображенных математических моделей сложных систем к форме «вход–состояние–выход». Канонические преобразования математических моделей линейных обыкновенных систем. Построение и преобразование операторно-структурных схем линейных систем.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 142–176]

### **Методические указания**

При изучении этой темы необходимо уяснить назначение типового представления математических моделей, особенностей приведения математических моделей к определенным формам описаний. Следует уде-



лить внимание процессу приведения матричных математических моделей к форме «вход-состояние-выход». Требуется также усвоить способы преобразования математических моделей линейных обыкновенных систем и преобразование их операторно-структурных схем.

### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Запишите уравнения линейных стационарных систем в форме «вход-выход» и «вход-состояние-выход».
2. Запишите уравнения нелинейных стационарных систем в форме «вход-выход» и «вход-состояние-выход».
3. Опишите типовое соединение «выходная вилка».
4. Опишите соединение с обратной связью.
5. Опишите последовательное и параллельное соединение подсистем.
6. Что такое типизация математических моделей?

### **Тема 6. Типовые характеристики линейных обыкновенных (динамических) непрерывных систем**

Типовые временные характеристики. Передаточные функции, передаточные матрицы. Нули и полюса линейных динамических систем. Частотные характеристики: амплитудно-фазовая, амплитудная, фазовая, вещественная и мнимая частотные характеристики, их аналитическое и экспериментальное определение. Логарифмические частотные характеристики.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 178–204].

### **Методические указания**

Здесь надо уяснить для чего используются типовые характеристики систем и каким образом можно их получить. Необходимо рассмотреть вопросы определения амплитудно-фазовых, амплитудных, фазовых, вещественных, мнимых, и логарифмических частотных характеристик. Следует также уяснить суть и назначение передаточных функций (передаточных матриц) систем.

### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Назовите пять основных показателей, используемых для характеристики динамических свойств систем.
2. Что понимается под термином «передаточная функция системы»?
3. Что такое полюса и нули системы?
4. Что такое комплексный коэффициент передачи системы и каков его физический смысл?





5. Дайте определения АФЧХ и АЧХ системы.
6. Дайте определения ФЧХ и ВЧХ системы.

### **Тема 7. Операторно-структурные схемы и графы систем**

Операторно-структурные схемы линейных стационарных непрерывных систем. Правила преобразования схем. Графы линейных стационарных обыкновенных систем. Операторно-структурные схемы линейных обыкновенных нестационарных непрерывных систем, нелинейных систем, дискретных и дискретно-непрерывных систем.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 206–232].

#### **Методические указания**

При решении задач анализа и синтеза систем широко применяются структурные отображения математических моделей, которые описывают процессы, протекающие в этих системах. Это позволяет более наглядно определить взаимосвязи между входными, выходными и внутренними переменными в системах, и решать задачи их модификации.

#### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Что понимается под операторно-структурной схемой системы?
2. Что понимается под звеном в операторно-структурной схеме системы и чем оно характеризуется?
3. Как сумматоры отображаются в операторно-структурной схеме?
4. Как по исходной математической модели системы построить её операторно-структурную схему?
5. Каковы основные правила преобразований операторно-структурных схем?

### **Тема 8. Типовые элементы математических моделей систем**

Типовые безынерционные звенья. Линейные инерционные звенья первого и второго порядка. Звенья с передаточными функциями иррационального и трансцендентного типа.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 234-270].

#### **Методические указания**

Здесь следует обратить особое внимание на сведения о типовых для математических моделей процессов элементах. Эта информация является базовой для дальнейшего изучения дисциплин связанных с управлением в технических системах и для последующего решения практических задач по автоматизации объектов нефтегазовой отрасли.



### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Перечислите типовые безынерционные элементы.
2. Опишите передаточную функцию пропорционального и интегрирующего звена?
3. Что такое идеальное дифференцирующее звено?
4. Охарактеризуйте пропорционально-дифференцирующее звено.
5. Приведите математическую модель в форме «вход-выход» для пропорционально-интегрирующего звена.
6. Как записывается передаточная функция пропорционально-интегрально-дифференцирующего звена?

### **Тема 9. Установившиеся и переходные процессы в системах**

Статические режимы в непрерывных системах. Анализ статических режимов в линейных непрерывных системах. Динамические режимы в системах.

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 273–300].

### **Методические указания**

Здесь следует обратить внимание на широко используемые в инженерной практике и научных исследованиях математические методы анализа установившихся статических и динамических режимов, а также переходных процессов в стационарных обыкновенных непрерывных системах. Эта информация безусловно окажется полезной для дальнейшей учебной и практической деятельности.

### **Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Какие режимы называются статическими?
2. Чем модели статики систем отличаются от моделей динамики?
3. В каких случаях математическая модель системы трансцендентна?
4. Чем точные методы решения СЛАУ отличаются от итерационных?
5. Что понимается под динамическими режимами систем?
6. В чём отличие между установившимися динамическим и переходным режимами?
7. В каких случаях применим принцип суперпозиции при исследовании процессов в системах?



### **3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **3.1. Тематика практических занятий**

##### **3 СЕМЕСТР**

1. Линеаризация математических моделей систем (2 часа).
2. Запись уравнений системы в относительных величинах и в отклонениях от опорных состояний. (2 часа).

**Рекомендуемая литература:** [1, с. 126-140].

##### **4 СЕМЕСТР**

1. Типовые безынерционные элементы систем(4 часа).
2. Линейные инерционные звенья первого порядка(2 часа).
3. Линейные звенья второго порядка (2 часа).

**Рекомендуемая литература:** [1, с.234-268].

#### **3.2. Тематика лабораторных занятий**

##### **3 СЕМЕСТР**

Студенты, изучающих дисциплину по классической заочной форме (КЗФ) и студенты, изучающих дисциплину с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ) выполняют одни и те же лабораторные работы.

1. Изучение распределений дискретных случайных величин в среде MathCAD (2 часа).
  2. Изучение распределений непрерывных случайных величин в среде MathCAD (2 часа).
  3. Изучение числовых характеристик случайных величин (2 часа).
- Методические указания к выполнению лабораторных работ представлены в [5].



## 4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

### 4.1. Общие методические указания

Программой работ по курсу предусмотрено выполнение каждым студентом индивидуального домашнего задания (ИДЗ), цель которого сводится к приобретению практических навыков по формированию математических моделей исследуемых объектов, их линеаризации, а также в определении по этой модели основных частотных и временных характеристик системы.

**Номер варианта ИДЗ определяется как число, составленное из двух последних цифр зачетной книжки студентов. Если получаемое число больше 30, то следует взять сумму этих цифр.** Например, если номер зачетной книжки 3-8Т11/12, то номер варианта задания равен 12. Если номер зачетной книжки Д-8Т11/31, то номер варианта задания равен 4.

При выполнении рекомендуется использование математического программного пакета MathCAD.

Отчет по ИДЗ должен содержать титульный лист, задание, подробный ход решения, графики (если необходимо по заданию).

### 4.2. Варианты домашних заданий и методические указания

#### 4.2.1. Варианты ИДЗ

1. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$0.5 \frac{dy}{dt} + y^2 = 30 \cdot x_1 \cdot x_2^3 + 10 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^2,$$

провести линеаризацию по методу Тейлора в окрестности точки статического состояния с координатами  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 4$ .

2. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$1.5 \frac{dy}{dt} + y^2 = 40 \cdot x_1 \cdot x_2^3 + 70 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^2.$$

Записать уравнение в отклонениях от опорного состояния для  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 4$ .

3. Одномерная система имеет передаточную функцию

$$W(s) = \frac{10(s+1)}{s(0.4s+1)(3s+1)}$$

и входной сигнал  $x(t) = 6 \sin(2t + \pi/4)$ . Определить амплитуду выходного сигнала на частоте  $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$ .

4. Одномерная система имеет передаточную функцию



$$W(s) = \frac{10(s+1)}{s(0.4s+1)(3s+1)}$$

и входной сигнал  $x(t) = 3\sin(2t + \pi/4)$ . Определить фазовый сдвиг выходного сигнала на частоте  $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$ .

5. Одномерная система имеет передаточную функцию

$$W(s) = \frac{10(s+1)}{s(0.4s+1)(3s+1)}$$

и входной сигнал  $x(t) = 4\sin(3t + \pi/4)$ . Записать аналитическое выражение для выходного сигнала на частоте  $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$ .

6. Записать аналитическое выражение для амплитудно-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией

$$W(s) = \frac{10(s+1)}{s^2(0.4s+1)(3s+1)^3}$$

7. Записать аналитическое выражение для фазо-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией

$$W(s) = \frac{10(s+1)}{s^2(0.4s+1)(3s+1)^3}$$

8. Записать аналитическое выражение для амплитудно-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией

$$W(s) = \frac{(s+1)}{s(0.8s+1)(4s+1)^2}$$

9. Записать аналитическое выражение для фазо-частотной характеристики и построить ее для модели системы определяемой передаточной функцией

$$W(s) = \frac{(s+1)}{s(0.8s+1)(4s+1)^2}$$

10. Записать аналитическое выражение для амплитудно-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией

$$W(s) = \frac{(4s+1)^3}{(0.2s+1)(4s+1)^4}$$

11. Записать аналитическое выражение для фазо-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией

$$W(s) = \frac{(5s+1)^3}{(0.2s+1)(4s+1)^4}$$

12. Записать аналитическое выражение для амплитудно-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией  $W(s) = \frac{3}{s^3(4s+1)(4s+1)^2}$ .

13. Записать аналитическое выражение для фазо-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией  $W(s) = \frac{3}{s^3(4s+1)(4s+1)^2}$ .

14. Записать аналитическое выражение для амплитудно-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией  $W(s) = \frac{4}{s^3(3s+1)(5s+1)^2}$ .

15. Записать аналитическое выражение для фазо-частотной характеристики и построить ее для модели системы, определяемой передаточной функцией  $W(s) = \frac{4}{s^3(1+3s)(1+5s)^2}$ .

16. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$1.2 \frac{dy}{dt} + y^3 = 50 \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 10 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^3.$$

Провести линеаризацию по методу Тейлора в окрестности точки статического состояния с координатами  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 3$ .

17. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта с передаточной функцией  $W(s) = \frac{100}{s(0.1s-1)}$ .

18. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта с передаточной функцией  $W(s) = \frac{4s^2}{(0.5s+1)^2(0.1s+1)}$ .

19. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта с передаточной функцией  $W(s) = \frac{50(0.15s+1)}{s^2(0.05s+1)}$ .

20. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта с передаточной функцией  $W(s) = \frac{200(0.2s+1)^2}{s^3(0.04s+1)}$ .

21. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта с передаточной функцией  $W(s) = \frac{1}{0.0004s^2 + 0.006s + 1}$ .

22. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта с передаточной функцией  $W(s) = \frac{20}{s(0.2s + 1)(0.0004s^2 + 0.006s + 1)}$ .

23. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$0.6 \frac{dy}{dt} + y^3 = 10 \cdot x_1^3 \cdot x_2 + 11 \cdot x_1 \cdot x_2^2 \cdot x_3.$$

Провести линеаризацию по методу Тейлора в окрестности точки статического состояния с координатами  $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 3$ .

24. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$0.1 \frac{dy}{dt} + y^2 = 250 \cdot x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3,$$

Провести линеаризацию по методу Тейлора в окрестности точки статического состояния с координатами  $x_1 = 10, x_2 = 11, x_3 = 1$ .

25. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$11 \frac{dy}{dt} + y^4 = 0.1 \cdot x_1 \cdot x_2 + 10 \cdot x_1 \cdot x_2^2 \cdot x_3^3.$$

Провести линеаризацию по методу Тейлора в окрестности точки статического состояния с координатами  $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 3$ .

26. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта с передаточной функцией  $W(s) = \frac{10}{s(0.3s - 1)}$ .

27. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта с передаточной функцией  $W(s) = \frac{2s^2}{(0.3s + 1)^2(0.4s + 1)}$ .

28. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$0.4 \frac{dy}{dt} + y^3 = 20 \cdot x_1 \cdot x_2^3 + 10 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^3.$$

Записать уравнение в отклонениях от опорного состояния для  $x_1 = 3, x_2 = 1, x_3 = 3$ .

29. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$1.1 \frac{dy}{dt} + y^2 = 3 \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 14 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^2.$$

Записать уравнение в отклонениях от опорного состояния для  $x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 4$ .

30. Исходное нелинейное уравнение записано в виде

$$0.6 \frac{dy}{dt} + y^3 = 20 \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 10 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^2.$$



Записать уравнение в отклонениях от опорного состояния для  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$ ,  $x_3 = 3$ .

#### 4.2.2. Методические указания к выполнению ИДЗ

Необходимая информация по выполнению индивидуальных домашних заданий достаточно подробно изложена в многочисленных источниках. Например, представлена в [1, гл. 5, гл. 7].

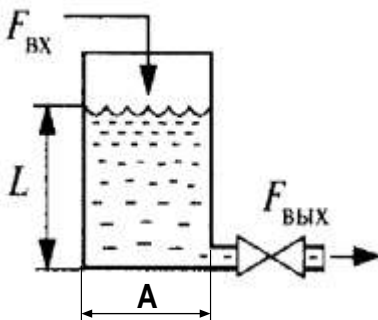


## 5. КУРСОВАЯ РАБОТА

### 5.1. Методические указания по выполнению курсовой работы

Для успешного выполнения курсовой работы необходимы базовые сведения по курсам «Физика» и «Высшая математика». В качестве основного пособия по выполнению работы рекомендуется использовать [6].

#### 5.1.1. Задание на курсовую работу



Резервуар нефтеперекачивающей станции имеет постоянную площадь поперечного сечения  $A$ . Выходная величина объекта – уровень нефти  $L$ , входная величина объекта – расход на линии притока  $F_{\text{вх}}$ , величина  $F_{\text{вых}}$  – расход на линии стока.

Для представленной схемы объекта провести линеаризацию нелинейной зависимости  $F_{\text{вых}} = f(L)$  при условии малых отклонений уровня, получить математическую модель объекта в форме дифференциального уравнения и в форме передаточной функции. Определить коэффициент расхода  $\alpha$ .

Для полученной модели в форме передаточной функции построить переходную характеристику объекта при условии мгновенного изменения величины  $F_{\text{вх}}$  на  $\Delta F_{\text{вх}}$ .

**Номер варианта курсовой работы определяется как число, составленное из двух последних цифр зачетной книжки студентов. Если получаемое число больше 30, то следует взять сумму этих цифр. Например, если номер зачетной книжки 3-8Т11/12, то номер варианта задания равен 12. Если номер зачетной книжки Д-8Т11/31, то номер варианта задания равен 4.**

**5.1.2. Варианты заданий на курсовую работу**

| № варианта | $L, \text{ м}$ | $A, \text{ м}^2$ | $F_{\text{ВЫХ}}, \text{ м}^3/\text{с}$ | $\Delta F_{\text{ВХ.}}, \text{ м}^3/\text{с}$ |
|------------|----------------|------------------|--|---|
| 1.         | 3,1            | 14,1             | 0,2                                    | 0,51  |
| 2.         | 5,3            | 13,05            | 0,4                                    | 1,54  |
| 3.         | 2,1            | 15,1             | 2,14                                   | 0,1   |
| 4.         | 6,15           | 15,12            | 1,1                                    | 0,3   |
| 5.         | 8,11           | 14,09            | 0,9                                    | 1,15  |
| 6.         | 10,4           | 15,9             | 1,01                                   | 1,2   |
| 7.         | 9,1            | 51,02            | 2,1                                    | 0,9   |
| 8.         | 7,7            | 14,4             | 0,14                                   | 0,7   |
| 9.         | 11,4           | 19,2             | 1,18                                   | 0,6   |
| 10.        | 6,7            | 41,3             | 1,17                                   | 1,1   |
| 11.        | 12,3           | 18,8             | 2,01                                   | 0,87  |
| 12.        | 4,5            | 16,1             | 1,91                                   | 0,43  |
| 13.        | 5,1            | 14,01            | 1,97                                   | 0,89  |
| 14.        | 3,3            | 12,11            | 2,8                                    | 0,23  |
| 15.        | 14,1           | 15,6             | 0,22                                   | 1,5   |
| 16.        | 12,9           | 16,3             | 1,12                                   | 1,3   |
| 17.        | 9,2            | 11,3             | 2,3                                    | 0,96  |
| 18.        | 15,8           | 20,2             | 1,08                                   | 1,8   |
| 19.        | 13,4           | 21,1             | 2,1                                    | 0,72  |
| 20.        | 5,9            | 34,2             | 0,5                                    | 0,67  |
| 21.        | 11,1           | 55,4             | 0,6                                    | 1,2   |
| 22.        | 7,71           | 61,2             | 1,3                                    | 0,8   |
| 23.        | 8,83           | 35,4             | 3,2                                    | 0,9   |
| 24.        | 7,67           | 34,6             | 1,2                                    | 0,49  |
| 25.        | 6,76           | 23,4             | 0,69                                   | 0,7   |
| 26.        | 3,44           | 52,1             | 2,5                                    | 0,6   |
| 27.        | 5,55           | 29,8             | 2,1                                    | 0,5   |
| 28.        | 10,5           | 56,6             | 1,09                                   | 1   |
| 29.        | 6,46           | 37,8             | 2,1                                    | 0,95  |
| 30.        | 5,24           | 56,1             | 1,5                                    | 0,57  |



## **6. ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ**

После завершения изучения дисциплины в 3 семестре студенты сдают экзамен по материалам курса. Экзаменационный билет для студентов, обучающихся по классической заочной форме (КЗФ), включает два теоретических вопроса и одно практическое задание.

Студенты, обучающиеся с использованием дистанционных образовательных технологий (ДОТ), сдают зачет в тестовой форме (on-line режим).

При определении результата экзамена учитываются результаты выполнения индивидуального домашнего задания, лабораторных работ.

### **6.1. Вопросы для подготовки к экзамену**

1. Почему для исследования технических систем применяется ступенчатый входной сигнал? В каких случаях его можно использовать?
2. Что такое дискретная случайная величина? Приведите примеры.
3. Что такое непрерывная случайная величина? Приведите примеры.
4. Какие Вы знаете подходы к исследованию систем подвергающихся случайным воздействиям? Их достоинства и недостатки.
5. Почему функцию распределения случайной величины называют её «паспортом»?
6. Как характеризует случайную величину её плотность распределения?
7. Почему наряду с функцией распределения и плотностью распределения случайной величины рассматривают также числовые характеристики случайной величины?
8. Что такое математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратичное отклонение? Приведите примеры.
9. Что такое стохастический процесс? Какие его характеристики Вы знаете? Приведите примеры.
10. Классификация случайных процессов.
11. Объясните, что такое чисто случайные процессы? Приведите примеры.
12. Объясните, что такое марковские процессы? Приведите примеры.
13. Объясните, что такое коррелированные процессы? Приведите примеры.
14. Что такое математическая модель системы? Приведите примеры.

15. Что такое математическое моделирование системы? Приведите примеры.

### **6.2. Образец экзаменационного билета для студентов, изучающих дисциплину по классической заочной форме**

В данном разделе приведен образец билета для студентов, сдающих экзамен очно, во время сессии в Томске.

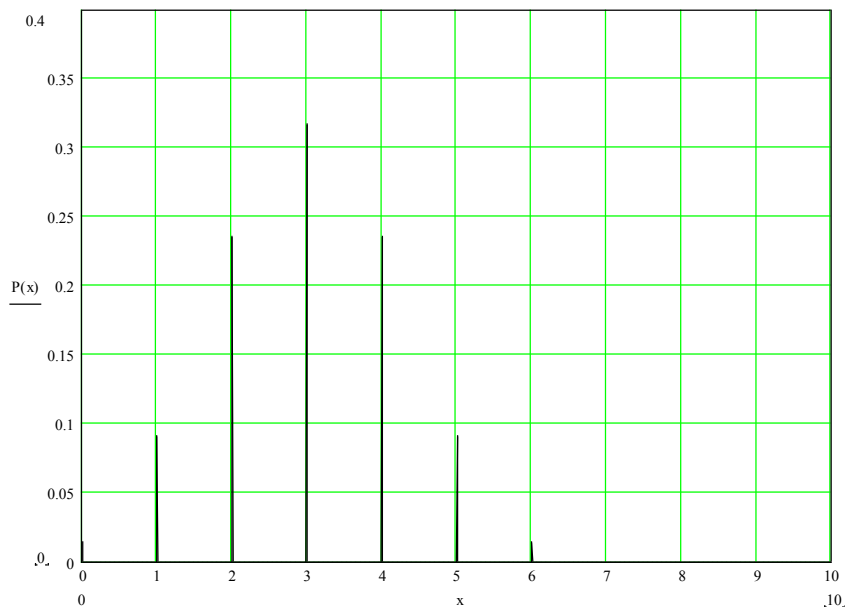
#### **Экзаменационный билет № 0**

##### **Теоретические вопросы**

1. В чем состоит различие статической системы от стационарной системы?
2. Каковы основные сложности математического описания свойств, характеристик и состояний системы?

##### **Задания**

1. Найдите вероятность попадания случайной величины в интервал  $[a, b]$ :  $a=0, b=9$ .



### **6.3. Образец экзаменационного билета для студентов, изучающих дисциплину с применением ДОТ**

В данном разделе приведены примеры вопросов из экзаменационного билета для студентов, сдающих экзамен дистанционно (с помощью сервисов Интернет и web-сайта ИДО).



| Номер теста | Задание на выбор единственного ответа  | Варианты ответов   |
|-------------|--|--|
| 1           | <p>Дескрипторные определения систем базируются:</p>  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1) на декомпозиции информационных сигналов в системе и их последующей обработке математическими методами</li> <li>2) на интуитивном понимании, что такое система и фактически отражают наши представления о системах на основе сопоставления разнообразных объектов</li> <li>3) на сопоставлении математических моделей элементов систем с их физическими аналогами</li> <li>4) на теоретико-аналитическом описании сигналов математической моделей систем</li> <li>5)</li> </ol> |
| Номер теста | Задание на выбор множественных ответов   | Варианты ответов   |
| 2           | <p>Действительная периодическая (негармоническая) функция <math>x(t)</math> с периодом повторения <math>T</math>, для которой существует интеграл</p> $\int_{-T/2}^{T/2}  x(t)  dt,$ <p>может быть представлена:</p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1) выражением <math>F\{x(t)\} \overset{\Delta}{=} X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt</math></li> <li>2) рядом Фурье <math>x(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \text{Cos}k\omega_0 t + b_k \text{Sink}\omega_0 t)</math></li> <li>3) любым гармоническим выражением</li> <li>4) рядом Фурье</li> <li>5) <math>x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t},</math></li> </ol>  |



| Номер теста | Задание на установление последовательности   | Варианты ответов   |
|-------------|--|--|
| 3           | <p>Укажите последовательность действий при записи уравнений математической модели системы в отклонениях от опорных состояний и процессов</p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Записываем исходные уравнения системы для опорного состояния или процесса, заменяя в них <math>z_k</math> на <math>z_{k0}</math>.</li> <li>2) Для всех входных, выходных и внутренних переменных (координат) системы вводятся отклонения. Они принимаются равными значениям этих переменных в опорном состоянии или опорном процессе, для которых была проведена линеаризация, плюс отклонения от этих значений. Таким образом, все переменные <math>z_k</math>, <math>k = \overline{1, m}</math> системы, включающие в себя входные, выходные и внутренние координаты системы, выражаются в виде <math>z_k(t) = z_{k0} + \Delta z_k(t)</math>, где <math>z_{k0}</math> - значение координаты <math>z_k</math> в опорном состоянии или опорном процессе.</li> <li>3) Подставляем вместо <math>z_k</math> во все уравнения модели <math>z_{k0} + \Delta z_k</math>.</li> <li>4) Вычитаем соответствующие уравнения, в итоге получим математическую модель, где будут фигурировать лишь отклонения всех координат <math>\Delta z_k(t)</math> от их значений в опорном состоянии или процессе <math>z_{k0}</math>.</li> </ol> |



| Номер теста | Задание на установление соответствия  | Варианты ответов  |
|-------------|---|---|
| 4           | Установите соответствие выражений<br>1) $A(\omega) =  W(j\omega)  = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = P(\omega)/\cos\varphi(\omega) = Q(\omega)/\sin\varphi(\omega);$<br>2) $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)};$<br>3) $P(\omega) = A(\omega) \cdot \cos\varphi(\omega);$<br>$Q(\omega) = A(\omega) \cdot \sin\varphi(\omega).$ | 1) амплитудно-частотная характеристика<br>2) мнимая частотная характеристика<br>3) вещественная частотная характеристика<br>4) фазовая частотная характеристика |
| Номер теста | Задание для краткого ответа   | Варианты ответов  |
| 5           | Чему равно число возможных кодовых комбинаций в аналого-цифровых квантователях, если число разрядов для отображения абсолютных значений сигнала, равно $k$ ?  |   |



## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **7.1. Литература основная**

1. Малышенко А. М. Математические основы теории систем: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004.– 325 с.
2. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики. – М.: Энергоатомиздат, 1987.
3. Математические основы теории автоматического управления / под ред. Б.К. Чемоданова. – М.: Высшая школа, 1971.
4. Основы кибернетики. Математические основы кибернетики / под ред. К.А. Пупкова. – М.: Высшая школа, 1974.
5. Математические основы теории систем: метод. указ. к выполнению лабораторных работ для студентов ИДО, обучающихся по напр. 220700 «Автоматизация технологических процессов и производств» / сост. В.А. Рудницкий; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 33 с.
6. Беспалов А.В. Задачник по системам управления химико-технологическими процессами: учебное пособие для вузов/ А.В. Беспалов, Н.И. Харитонов. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2005.

### **7.2. Литература дополнительная**

7. Кориков А. М. Основы системного анализа и теории систем/ А. М. Кориков, Е. Н. Сафьянова. – Томск: Изд-во Томского гос. ун-та, 1989.
8. Советов Б. Я. Моделирование систем/ Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М.: Высшая школа, 1985.
9. Системы автоматизированного проектирования: в 9-ти кн. Кн. 4. Математические модели технических объектов: учебн. пособие для втузов / В. А. Трудоношин, Н. В. Пивоварова; под ред. И. П. Норенкова. – М.: Высшая школа, 1986.
10. Райниш К. Кибернетические основы и описание непрерывных систем. – М.: Энергия, 1978.
11. Сборник задач по математике для втузов. Теория вероятностей и математическая статистика / под ред. А. В. Ефимова. – М.: Наука, 1990.
12. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1988.
13. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления. – М.: Наука, 1985.
14. Бронштейн И.Р. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов/ И.Р. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1980.





15. Бахвалов Н. С. Численные методы/ Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М.: Наука, 1987.
16. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления: пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1986.
17. Теория автоматического управления: учебник для вузов. Кн. 1 / под ред. А. В. Нетушила. – М.: Высшая школа, 1976.
18. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров/ Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973.



Учебное издание

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ**

Методические указания и индивидуальные задания

*Составитель*

**РУДНИЦКИЙ Владислав Александрович**

Рецензент

*кандидат технических наук,  
доцент кафедры ИКСУ ИК*

*Е.И. Громаков*

Редактор

Компьютерная верстка *В.П. Зимин*

**Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии  
с качеством предоставленного оригинал-макета**

Подписано к печати . Формат 60×84/16. Бумага «Снегурочка».

Печать Херох. Усл.печ.л. 1,51. Уч.-изд.л. 1,37.


Заказ . Тираж экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества

Издательства Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008



**ИЗДАТЕЛЬСТВО**  **ТПУ**. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru