13. $|z-2|+|z+2|=6$;

14. $|z-i|=\operatorname{Im} z$;

15. $\big||z-5i|-|z+5i|\big|=8$;

16. $|z-2i|+|z+2i|=5$;

17. $|z-i|=\operatorname{Re} z+1$;

18. $\big||z-5|-|z+5|\big|=8$;

19. $|z-3|+|z+3|=8$;

20. $|z-2i|=\operatorname{Im} z$;

21. $\big||z-1|-|z+1|\big|=1$;

22. $|z-3i|+|z+3i|=8$;

23. $|z-2i|=\operatorname{Re} z+2$;

24. $\big||z-i|-|z+i|\big|=1$.

5. Построить и описать линию.

1. $z=1+i\cos^2 t$, $0\le t<2\pi$;

2. $z=\sin t+2i$, $0\le t\le\frac{\pi}{2}$;

3. $z=3\cos t+2i\sin t$, $0\le t\le\frac{\pi}{2}$;

4. $z=\sin 2t$, $0\le t<\pi$;

5. $z=t+\frac{i}{t}$, $1\le t\le 2$;

6. $z=e^{it}$, $0\le t<2\pi$;

7. $z=\begin{cases}e^{i\pi t}, & 0\le t\le 1,\\ t-2, & 1<t<3;\end{cases}$

8. $z=\begin{cases}t+it^2, & 0\le t<1,\\ 1+i\cos 2\pi t, & 1\le t\le 1{,}25;\end{cases}$

9. $z=\begin{cases}\sin\pi t, & 0\le t\le 0{,}5,\\ 1+i\cos\pi t, & 0{,}5<t\le 1,\\ (2-t)-i(2-t), & 1<t<2;\end{cases}$

10. $z=\begin{cases}t+it, & 0\le t\le 1,\\ 1+(2-t)i, & 1<t\le 2,\\ 3-t, & 2<t<3;\end{cases}$

11. $z=e^{2it}-1$, $0\le t<\pi$;

12. $z=2i+2\cos^2 t$, $0\le t<\pi$;

13. $z=2\sin t+i$, $0\le t\le\frac{\pi}{2}$;

14. $z=2\cos t+3i\sin t$, $\frac{\pi}{2}\le t\le\pi$;

15. $z=-t^2+\frac{i}{t^2}$, $1\le t\le 2$;

16. $z=e^{it}+1$, $0\le t<2\pi$;

17. $z=\begin{cases}-t+it, & 0\le t\le 1,\\ (t-2)+i, & 1<t\le 2,\\ i(3-t), & 2<t<3;\end{cases}$

18. $z=\begin{cases}2\sin\pi t, & 0\le t\le 0{,}5,\\ 2-2i\cos\pi t, & 0{,}5<t\le 1,\\ (3-t)+i(3-t), & 1<t<3;\end{cases}$

19. $z=\begin{cases}\cos\pi t+i\sin\pi t, & -0{,}5\le t\le 0{,}5,\\ i\sin\pi t, & 0{,}5<t<1{,}5;\end{cases}$

20. $z=\begin{cases}t^2+it^4, & 0\le t\le 1,\\ \cos 2\pi t+i, & 1<t\le 1{,}25;\end{cases}$

21. $z=t+i\sqrt{1-t^2}$, $-1\le t\le 1$;

22. $z=-t+i\sqrt{1-t^2}$, $-1\le t\le 0$;

23. $z=t-it^3$, $-1\le t\le 1$;

24. $z=\begin{cases}e^{i\pi t}+1, & 0\le t\le 1,\\ t-1, & 1<t<3.\end{cases}$

6. Найти предел.

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+1}{3n^2+1}+in\sin\frac{3}{n}\right)$;

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{4n+2}{4n+3}+i\frac{n}{\sqrt{n^2+1}}\right)$;

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+3n+1}{2n^2+3}+i\frac{\sqrt{n}-1}{\sqrt{n}+1}\right)$;

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n^2\left(1-\cos\frac{2}{n}\right)+i\frac{n+3}{n-1}\right]$;

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(ntg\frac{2}{n}+i\frac{\sqrt{n^2+1}}{2n}\right)$;

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{3n}\right)^n+3in\sin\frac{2}{n}\right]$;

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{2n+1}{n+3}+i\left(1-\frac{2}{n}\right)^n\right]$;

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{\sqrt[3]{n^3+1}}{2n}+in^2\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)\right]$;

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt[4]{n^4+1}}{3n}+intg\frac{4}{n}\right)$;

10. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+3n+1}{n^3+1}+in\sin^2\frac{1}{n}\right)$;

11. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{2}{n}\right)^n+i\frac{1-n^2}{n^2+3}\right]$;

12. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n^2\left(1-\cos\frac{1}{2n}\right)+i\left(1+\frac{1}{2n}\right)^n\right]$;

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{2n}\right)^n+in\sin\frac{4}{n}\right]$;

14. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{2}tg\frac{4}{n}+i\frac{4n-1}{2n+5}\right)$;

15. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+3}{3n^2+6n+1}+in\sin\frac{1}{n}\right)$;

16. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{3n+1}{n+2}+in^2\left(1-\cos\frac{2}{n}\right)\right]$;

17. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt[3]{n^3+5}}{2n+6}+in\sin^2\frac{4}{n}\right)$;

18. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{3}{n}\right)^n+i\frac{5-2n^2}{n^2+n+1}\right]$;

19. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n\sin^2\frac{3}{n}+i\left(1+\frac{1}{3n}\right)^n\right)$;

20. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n}-1}{2\sqrt{n}+5}+i\frac{2n^2-3n}{n^2+1}\right)$;

21. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(3n\sin\frac{1}{n}+intg\frac{2}{n}\right)$;

22. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[2n^2\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)+i\left(1+\frac{2}{n}\right)^n\right]$;

23. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{3}{n}\right)^n+intg\frac{3}{n}\right]$;

24. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[4n^2\left(1-\cos\frac{1}{2n}\right)+i\left(1-\frac{1}{n}\right)^n\right]$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

1. Вычислить.

1. $\frac{1-2i}{4-2i}$;
2. $\frac{(4+4i)^2}{2-2i}$;
3. $\frac{3i-4}{3+4i}$;
4. $\left(\frac{1+7i}{7-i}\right)^2$;
5. $\left(\frac{5-5i}{2-i}\right)^2$;
6. $\frac{1+3i}{3+i}$;
7. $\left(\frac{3+4i}{4-3i}\right)^2$;
8. $\left(\frac{2+3i}{4+4i}\right)^2$;
9. $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{8}i}{\sqrt{2}i-\sqrt{2}}$;
10. $\frac{25i-25}{7+24i}$;
11. $\left(\frac{5i-5}{3+4i}\right)^2$;
12. $\frac{\left(2\sqrt{3}-2i\right)^2}{3+3\sqrt{3}i}$;
13. $\frac{1+7i}{4+3i}$;
14. $\frac{(3i-3)^2}{2-i}$;
15. $\frac{4+4i}{4+3i}$;
16. $\left(\frac{7+7\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+2i}\right)^2$;
17. $\frac{1+i}{(3-i)^2}$;
18. $\left(\frac{5+12i}{2+2i}\right)^2$;
19. $\frac{-4-4i}{3+2i}$;
20. $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{3\sqrt{3}+3i}\right)^2$;
21. $\frac{2\sqrt{3}+2i}{1-\sqrt{3}i}$;
22. $\left(\frac{4-3i}{3+4i}\right)^2$;
23. $\left(\frac{2-2i}{1+3i}\right)^2$;
24. $\frac{(3+2i)^2}{2-2i}$.

2. Записать все корни уравнения в тригонометрической форме и построить их в комплексной плоскости.

1. $z^4+16=0$;
2. $z^4-16i=0$;
3. $z^6+i=0$;
4. $z^6-1=0$;
5. $z^3+27=0$;
6. $z^3-27i=0$;
7. $z^5+i=0$;
8. $z^5-1=0$;
9. $z^4-3iz^2+4=0$;
10. $z^4+3iz^2+4=0$;
11. $z^6+7iz^3+8=0$;
12. $z^6-7iz^3+8=0$;
13. $z^4-16=0$;
14. $z^4+16i=0$;
15. $z^6-i=0$;
16. $z^6+1=0$;
17. $z^3-27=0$;
18. $z^3+27i=0$;
19. $z^5-i=0$;
20. $z^5+1=0$;
21. $z^4-5iz^2-4=0$;
22. $z^4+5iz^2-4=0$;
23. $z^6+9iz^3-8=0$;
24. $z^6-9iz^3-8=0$.

3. Изобразить на комплексной плоскости множество точек z, удовлетворяющих указанным условиям.

1. $(|z-2i|\le 2)\wedge(|z|<2)$;
2. $(|z-3i|<3)\wedge(|z|\ge 3)$;
3. $(|z+2i|<2)\wedge(|z|\le 2)$;
4. $(|z+3i|\le 3)\wedge(|z|>3)$;
5. $(|z-4i|\ge 4)\wedge(|z|<4)$;
6. $(|z+4i|\ge 4)\wedge(|z|<4)$;
7. $(|z-2|<2)\wedge(|z|\le 2)$;
8. $(|z-1|\ge 1)\wedge(|z|\le 1)$;
9. $(|z-3|\le 3)\wedge(|z|>3)$;
10. $(|z+3|>3)\wedge(|z|\le 3)$;
11. $(|z+1|\le 1)\wedge(|z|<1)$;
12. $(|z-i|<1)\wedge(|z+1|\le 1)$;
13. $(|z-2i|\le 2)\wedge(|z-2|\ge 2)$;
14. $(|z-1|\le 2)\wedge(|z+1|<2)$;
15. $(|z-1-i|\le 1)\wedge(|z|<1)$;
16. $(|z-1+i|<1)\wedge(|z|\le 1)$;
17. $(|z|\le 3)\wedge(|z-1|\ge 2)$;
18. $(|z|<3)\wedge\left(0<\arg z<\frac{\pi}{4}\right)$;
19. $\left(\frac{\pi}{3}<\arg z<\frac{2}{3}\pi\right)\wedge(\operatorname{Im} z<2)$;
20. $\left(0<\arg z<\frac{\pi}{4}\right)\wedge(\operatorname{Re} z<2)$;
21. $\left(\frac{\pi}{4}<\arg z<\frac{\pi}{2}\right)\wedge(\operatorname{Im} z<2)$;
22. $\left(\frac{\pi}{4}<\arg z<\frac{3}{4}\pi\right)\wedge(\operatorname{Im} z<2)$;
23. $\left(\frac{3}{4}\pi<\arg z<\pi\right)\wedge(\operatorname{Re} z\ge -3)$;
24. $\left(\frac{\pi}{2}<\arg z<\frac{3}{4}\pi\right)\wedge(\operatorname{Im} z<3)$.

4. Изобразить на комплексной плоскости линии, заданные указанными уравнениями.

1. $|z+i|+|z-i|=4$;
2. $|z-1|=\operatorname{Re} z$;
3. $||z-2|-|z+2||=3$;
4. $|z-3|+|z+3|=10$;
5. $|z-1|=\operatorname{Im} z+1$;
6. $||z-2i|-|z+2i||=3$;
7. $|z-1|+|z+1|=4$;
8. $|z-2|=\operatorname{Re} z$;
9. $||z-5|-|z+5||=6$;
10. $|z-2i|+|z+2i|=6$;
11. $|z-2|=\operatorname{Im} z+2$;
12. $||z-5i|-|z+5i||=6$;

7. Выяснить, какие из указанных рядов сходятся абсолютно, какие сходятся условно, какие расходятся.

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(2+i)^n}{2^n}$;
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(2i-1)^n}{3^n}$;
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{1}{n}+i\frac{2n}{n!}\right)$;
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n}$;
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}+i}$;
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2^n}-\frac{i}{n}\sin\frac{1}{n}\right)$;
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+i)\sqrt{n}}$;
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(3+i)^n}$;
9. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\ln n}+i\frac{n}{3^n}\right)$;
10. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2}{2n^2+1}+i\right)$;
11. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(2+\frac{i}{2n}\right)$;
12. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}-i\left(\frac{3n}{3n+1}\right)^n\right]$;
13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2i)^n}$;
14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3+4i)^n}{6^n}$;
15. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n+1}{3^n}+i\frac{(-1)^n}{n}\right]$;
16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(in)^n}$;
17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(in)}{2^n}$;
18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n(2-i)^{2n}}$;
19. $\sum_{n=1}^{\infty}e^{in}$;
20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(\sqrt{n}-i)}$;
21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\sin(in)}{3^n}$;
22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{in}}{n^2}$;
23. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(2+i)^n}{2^{2n}}$;
24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)e^{in}}{n!}$.

8. Найти точки, в которых функция $w=f(z)$ дифференцируема. Для дифференцируемых функций найти их производные.

1. $w=|z|^2-2i\operatorname{Re}z\operatorname{Im}z$;
2. $w=2\operatorname{Re}z\operatorname{Im}z-i\left[(\operatorname{Re}z)^2-(\operatorname{Im}z)^2\right]$;
3. $w=\frac{\bar{z}}{z}$;
4. $w=\frac{z}{|z|^2}$;
5. $w=z+3i$;
6. $w=\operatorname{Re}z+2\operatorname{Im}z+i(\operatorname{Re}z)^2\operatorname{Im}z$;
7. $w=(\operatorname{Re}z\operatorname{Im}z)^2$;
8. $w=(\operatorname{Re}z)^2+i(\operatorname{Im}z)^2$;
9. $w=\bar{z}\operatorname{Im}z$;
10. $w=\operatorname{Re}z\operatorname{Im}z-i(\operatorname{Re}z+\operatorname{Im}z)$;
11. $w=(\bar{z})^2$;
12. $w=(\operatorname{Re}z)^2\operatorname{Im}z-i(\operatorname{Re}z+\operatorname{Im}z)$;

13. $w=\frac{z}{\bar{z}}$;
14. $w=\frac{1}{2}\left[(1-i)z+(1+i)\bar{z}\right]$;
15. $w=-\frac{i}{16}\left[z^2-(\bar{z})^2\right]^2$;
16. $w=\left[\frac{(\bar{z})^2-z^2}{2}-|z|^2\right]i$;
17. $w=\frac{1}{z}$;
18. $w=2\operatorname{Re}z+\operatorname{Im}z-i\operatorname{Re}z(\operatorname{Im}z)^2$;
19. $w=\bar{z}$;
20. $w=(\operatorname{Re}z+\operatorname{Im}z)-i\operatorname{Re}z\operatorname{Im}z$;
21. $w=\bar{z}\operatorname{Re}z$;
22. $w=-\frac{(z-\bar{z})^2}{4}+\frac{(z+\bar{z})^2}{4}i$;
23. $w=z^2$;
24. $w=\operatorname{Re}z(\operatorname{Im}z)^2+i(\operatorname{Re}z+\operatorname{Im}z)$.

9. Найти коэффициент растяжения и угол поворота при отображении $w=f(z)$ в точке z_0.

1. $w=z^2+5$, $z_0=1+i$;
2. $w=z^3+1$, $z_0=-\frac{1}{4}$;
3. $w=\frac{1}{2}z^2+5$, $z_0=3+4i$;
4. $w=\frac{1-iz}{1+iz}$, $z_0=-i$;
5. $w=z^3-10$, $z_0=1+i$;
6. $w=\ln(z-2)$, $z_0=3+i$;
7. $w=\frac{1}{z}$, $z_0=2-2i$;
8. $w=\cos z+\frac{1}{2}i\sin 2z$, $z_0=\frac{\pi}{4}$;
9. $w=z^3+5$, $z_0=1-i$;
10. $w=\frac{1}{2}z^2-18$, $z_0=-6+8i$;
11. $w=z^2+z$, $z_0=\frac{1}{2}-i$;
12. $w=\ln(z-1)$, $z_0=1+\frac{1}{2}i$;
13. $w=z^2+3$, $z_0=-3+4i$;
14. $w=z^3+z$, $z_0=i$;
15. $w=\frac{1}{3}z^3$, $z_0=2+2i$;
16. $w=\frac{1}{3}z^3-2z$, $z_0=1+i$;
17. $w=e^z$, $z_0=1$;
18. $w=z^2-6$, $z_0=-\frac{1}{4}$;
19. $w=z^2-7$, $z_0=3-4i$;
20. $w=\frac{1}{3}z^3+5$, $z_0=1-\sqrt{3}i$;
21. $w=\frac{1}{2}z^2+3z$, $z_0=-3+2i$;
22. $w=\ln(z+1)$, $z_0=-2+i$;