

Вступление

Цель настоящих методических указаний – выдать студентам-заочникам задание для выполнения контрольных работ и дать методику расчета типовых задач по курсу сопротивления материалов.

Порядок выполнения контрольных работ

Количество контрольных работ определено учебными планами кафедры сопротивления материалов.

Студенты выполняют те задачи, которые указаны в нижеприведенной таблице, исходя из общего количества контрольных работ. Преподаватель вправе заменить некоторые задачи и поменять очередность их выполнения.

Выполняемые в контрольных работах задачи

Контрольные работы	Количество контрольных работ по учебным планам				
	Одна	Две	Три	Четыре	Пять
Первая	1.1, 2.1, 4.1, 5.3, 7.1	1.1, 1.3, 2.1, 3.1,	1.1, 1.3, 2.1, 2.2,	1.1, 1.2, 1.3, 2.1	1.1, 1.2, 1.3, 2.1
Вторая		4.1, 4.3, 5.3, 6.1	3.1, 4.1, 4.3, 6.1	2.2, 3.1, 4.1	2.2, 3.1, 4.1
Третья			5.1, 5.3, 7.1	4.2, 4.3, 5.1, 5.2	4.2, 4.3, 5.1
Четвертая				5.3, 6.1, 7.1	5.2, 5.3, 6.1
Пятая					7.1, 8.1, 8.2

Варианты задач определяются по трем последним цифрам личного шифра студента, причем варианту I соответствует первая их трех последних цифр шифра, варианту II – вторая цифра, а варианту III – последняя цифра шифра. Так, если шифр студента 954439752, то вариант I = 7, вариант II = 5 и вариант III = 2.

В большинстве задач расчетная схема строится в зависимости от исходных данных и может значительно отличаться от схемы задачи, рассмотренной в примере. Для построения заданной расчетной схемы

Вам следует руководствоваться рекомендациями к задаче. Так, например, если в таблице исходных данных сила F или распределенная нагрузка q положительны, то на расчетной схеме их следует направлять вверх, а если отрицательны – то вниз. Положительные моменты M следует направлять против часовой стрелки, а отрицательные – по часовой стрелке (см. со стороны оси z). Однако в расчетах их значения следует принимать по абсолютной величине, а знаки “+” или “-” будут уже определяться соответствующими правилами знаков.

Для выполнения контрольных работ недостаточно рассмотрение примеров решения, представленных в настоящих указаниях, предварительно следует изучить теоретический материал по соответствующим темам, изложенный в пособии [7] и другой рекомендуемой литературе.

Оформление контрольных работ

Контрольные работы следует оформлять в школьных 18-ти листовых тетрадях в клетку.

На обложке следует указать:

Контрольная работа № по сопротивлению материалов	
Выполнил: студент _____	_____
Группа _____	Фак-т _____
Шифр студента _____	_____
Адрес: _____	_____
Дата _____	Подпись _____
Принял: преподаватель _____	_____
Дата _____	Подпись _____

Не следует рассматривать примеры решения задач, изложенные в настоящих указаниях, как образцы оформления работы, так как автор зачастую исключал промежуточные расчеты, изложенные в предыдущих задачах.

При оформлении контрольных работ Вам нужно привести все расчеты, произведенные Вами при решении задач.

Тема 1. Растяжение-сжатие

Задача 1.1. Расчет стержня

Условие задачи: Стержень, жестко закрепленный одним концом, состоящий из 3-х участков длиной l_1, l_2, l_3 и площадью A_1, A_2, A_3 , находится под действием собственного веса и силы F , приложенной на координате l_F . Материал стержня – ст. 3.

Требуется: Построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и перемещений δ .

Исходные данные к задачам 1.1. и 1.2.

Таблица 1.1

Данные	$l_1,$ м	$l_2,$ м	$l_3,$ м	$A_1,$ см ²	$A_2,$ см ²	$A_3,$ см ²	$F,$ кН	$l_F,$ м	Опора
0	1,1	1,3	0,6	40	30	30	70	l_1	Внизу
1	1,3	0,7	0,9	20	10	25	60	$l_1 + l_2$	Вверху
2	0,6	1,1	0,8	25	30	30	75	l_1	Внизу
3	0,7	1,0	1,4	40	20	25	40	$l_1 + l_2$	Вверху
4	1,0	0,6	1,3	10	15	35	35	l_1	Внизу
5	0,8	1,2	1,1	30	20	15	50	l_1	Вверху
6	1,4	0,9	1,2	25	30	20	45	$l_1 + l_2$	Вверху
7	0,8	1,2	0,7	20	25	30	70	$l_1 + l_2$	Внизу
8	1,2	0,8	1,0	10	30	40	50	l_1	Вверху
9	1,1	0,9	1,3	35	20	15	65	$l_1 + l_2$	Внизу
Пример	0,9	0,6	1,2	30	15	20	80	l_1	Вверху
Вариант задачи 1.1	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Вариант задачи 1.2	II	III	I	III	I	II	II	III	II

Указания: Собственный вес стержня можно представить в виде распределенной нагрузки $q_i = \gamma \cdot A_i$. Ось z , направление силы F и нумерацию участков вести от опоры.

Решение: Вычертим схему стержня в соответствии с исходными данными из табл. 1.1 и указаниями к задаче (см. рис. 1.1). Расчет начнем со свободного конца стержня, т.е. с III-го участка. На силовом участке рассекаем стержень и, отбрасывая часть стержня, содержащую опору, составляем уравнения N , σ и Δl .

Участок III: $0 \leq z_3 \leq l_3$

$$N_3 = q_3 \cdot z_3, \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3}, \quad \Delta l_3 = \int_0^{l_3} \frac{N_3}{E \cdot A_3} \cdot dz,$$

где $q_3 = A_3 \cdot \gamma$.

Получаем

$$\text{при } z_3 = 0 \quad N_3 = 0, \quad \sigma_3 = 0;$$

$$\text{при } z_3 = l_3 \quad N_3 = q_3 \cdot l_3 = A_3 \cdot \gamma \cdot l_3 =$$

$$20 \cdot 10^{-4} \cdot 78 \cdot 10^3 \cdot 1,2 = 187,3 [H] \approx 0,187 [кН],$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{A_3 \cdot \gamma \cdot l_3}{A_3} = \gamma \cdot l_3 = 78 \cdot 10^3 \cdot 1,2 =$$

$$93,6 \cdot 10^3 [Па] \approx 0,094 [МПа];$$

$$\Delta l_3 = \int_0^{l_3} \frac{N_3}{E \cdot A_3} \cdot dz = \int_0^{l_3} \frac{A_3 \cdot \gamma \cdot z_3}{E \cdot A_3} \cdot dz = \frac{\gamma \cdot l_3^2}{2 \cdot E} =$$

$$\frac{78 \cdot 10^3 \cdot 1,44}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 2,8 \cdot 10^{-7} [M] \approx 0,0003 [мм].$$

Аналогично производим расчет на участках II и I. Далее определяем перемещения сечений стержня:

$$\delta_{0-0} = 0, \quad \delta_{1-1} = \Delta l_1, \quad \delta_{2-2} = \Delta l_1 + \Delta l_2, \quad \delta_{3-3} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$$

Результаты расчетов сведены в таблицу, а эпюры представлены на рис. 1.1.

Участок	Границы участка	Продольная сила N, кН	Нормальное напряжение σ , МПа	Перемещение δ , мм
III	начало	0	0	0,1212
	конец	0,187	0,094	0,1209
II	начало	0,187	0,125	0,1209
	конец	0,257	0,172	0,1205
I	начало	80,257	26,752	0,1205
	конец	80,468	26,823	0

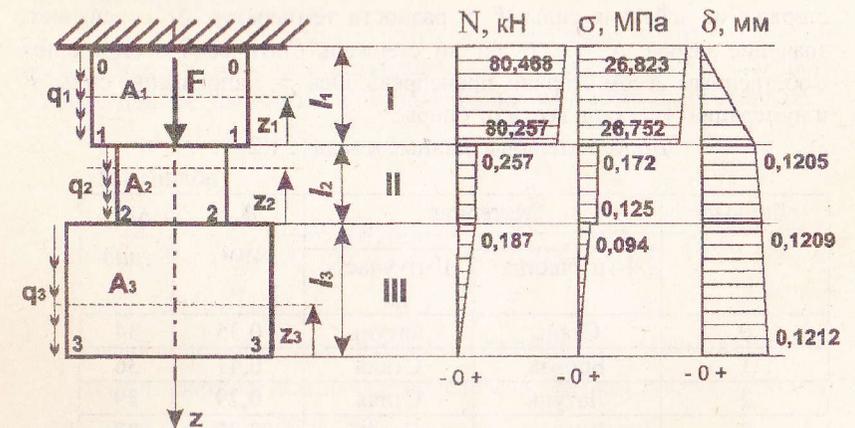


Рис. 1.1.

Задача 1.3. Расчет статически-неопределимой шарнирно-стержневой системы

Условие задачи: Горизонтально расположенный абсолютно жесткий брус, с приложенной к нему силой F , опирается на шарнирно-неподвижную опору O и стержни AB и CD , концы которых шарнирно закреплены.

Требуется: Определить из условия прочности стержней AB и CD допустимую силу F .

Указания: Модули упругости стержней считайте одинаковыми, т.е. $E_1 = E_2 = E$. При составлении расчетной схемы координаты шарниров откладывайте в соответствии с направлениями осей X и Y : положительные значения – в положительном направлении осей, т.е. вверх и вправо, а отрицательные – наоборот, т.е. вниз и влево. Углы α откладывайте к горизонтали.

Исходные данные к задаче 1.3.

Таблица 1.3

Данные	Координаты шарниров, м				$f, м$	$\alpha_1,$ град	$A_1,$ $см^2$	$A_2,$ $см^2$	$[\sigma]_1,$ МПа	$[\sigma]_2,$ МПа
	a	b	c	d						
0.	1,0	0,5	0,6	1,5	1,3	45	10	15	100	200
1	0,5	0,7	0,4	-1,8	1,4	30	15	20	130	180
2	0,8	0,6	-0,7	1,6	1,6	60	20	10	110	170
3	0,9	0,9	-0,5	-1,7	1,5	45	10	20	120	210
4	0,7	0,8	0,8	1,9	1,7	75	15	25	140	190
5	1,0	0,6	-0,6	1,8	1,3	30	25	10	100	200
6	0,7	0,9	0,7	-1,5	1,6	75	10	15	130	170
7	0,9	0,5	-0,4	1,7	1,5	45	20	10	140	190
8	0,5	0,7	0,5	-1,9	1,4	30	15	20	110	180
9	0,8	0,8	-0,8	-1,6	1,7	60	25	25	120	210
Пример	1,2	0,6	-0,9	-2,0	1,8	30	10	15	140	160
Вариант	II	I	III	I	III	II	I	II	III	II

Решение: Составим уравнение статики для стержневой системы

$$\Sigma M_0 = N_2 \cdot c + N_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot a - F \cdot f = 0. \quad (1.3.1)$$

Уравнения статики $\Sigma F_x = 0$ и $\Sigma F_y = 0$ не составляем, поскольку они содержат не интересующие нас опорные реакции R_0, H_0 .

Неизвестных усилий в стержневой системе больше, чем уравнений статики, на единицу, следовательно система один раз статически неопределима. Составим одно дополнительное уравнение совместности деформаций стержней, которое получим из плана перемещений (см. рис. 1.3.2). В результате деформации стержней от действия силы F абсолютно жесткий стержень повернется на некоторый угол и шарниры A и C займут новое положение A' и C' .

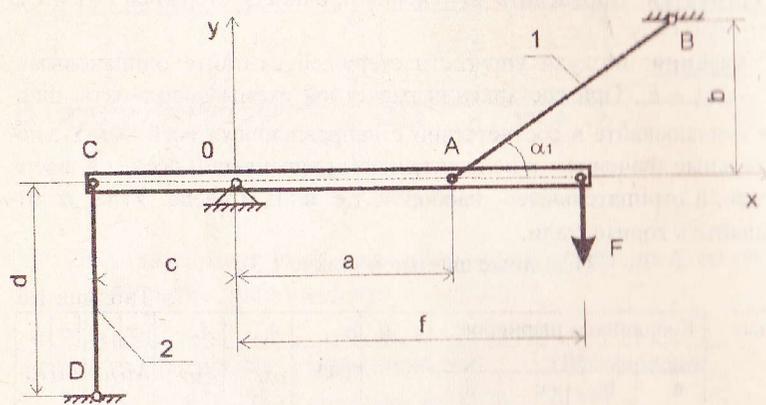


Рис. 1.3.1

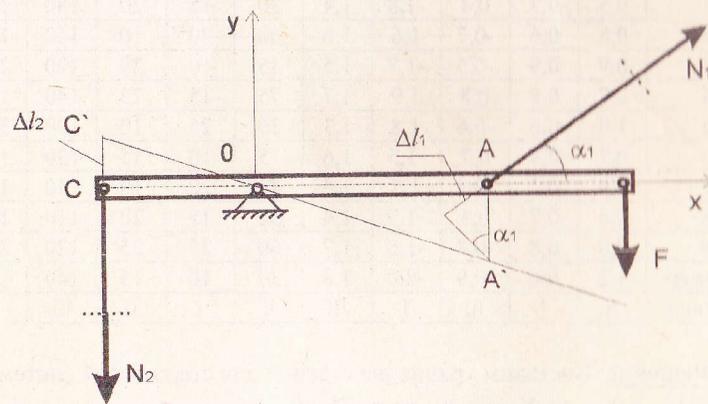


Рис. 1.3.2

Из подобия треугольников OCC' и OAA' выразим $\frac{CC'}{CO} = \frac{AA'}{AO}$,

где $CC' = \Delta l_2$, $AA' = \frac{\Delta l_1}{\sin \alpha_1}$, $CO = c$, $AO = a$.

$$\text{Получаем } \frac{\Delta l_2}{c} = \frac{\Delta l_1}{\sin \alpha_1 \cdot a},$$

$$\text{где } \Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = |l_1 = \frac{b}{\sin \alpha_1}| = \frac{N_1 \cdot b}{E \cdot A_1 \cdot \sin \alpha_1},$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = |l_2 = d| = \frac{N_2 \cdot d}{E \cdot A_2}.$$

$$\text{Тогда } \frac{N_2 \cdot d}{E \cdot A_2 \cdot c} = \frac{N_1 \cdot b}{E \cdot A_1 \cdot \sin^2 \alpha_1 \cdot a}.$$

$$\text{Отсюда } N_2 = N_1 \cdot \frac{b \cdot E \cdot A_2 \cdot c}{d \cdot E \cdot A_1 \cdot \sin^2 \alpha_1 \cdot a}.$$

Подставив в полученное уравнение числовые значения, получим $N_2 = 1,35 N_1$. (1.3.2)

Получены уравнения (1.3.1) и (1.3.2) для раскрытия статической неопределимости системы. Составим уравнения расчета стержней 1 и 2 на прочность:

$$\begin{cases} N_1 \leq [\sigma]_1 \cdot A_1 = 140 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 140 \cdot 10^3 \text{ [H]} = 140 \text{ [кН]} \\ N_2 \leq [\sigma]_2 \cdot A_2 = 160 \cdot 10^6 \cdot 15 \cdot 10^{-4} = 240 \cdot 10^3 \text{ [H]} = 240 \text{ [кН]} \end{cases} \quad (1.3.3)$$

Определим силу F , при которой будет соблюдено и условие статики по уравнениям (1.3.1, 1.3.2), и условие прочности (1.3.3).

Пусть $N_2 = 240 \text{ кН}$,

$$\text{тогда из уравнения (1.3.2) } N_1 = \frac{N_2}{1,35} = \frac{240}{1,35} = 177,78 \text{ [кН]}.$$

Но это противоречит условию (1.3.3).

Примем $N_1 = 140 \text{ кН}$,

Тогда $N_2 = N_1 \cdot 1,35 = 140 \cdot 1,35 = 189 \text{ [кН]}$, что согласуется с условием (1.3.3).

Подставляя полученные значения N_1 и N_2 в уравнение (1.3.1),

$$\text{найдем } F = \frac{\bar{N}_2 \cdot c + \bar{N}_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot a}{f} = \frac{189 \cdot 0,9 + 140 \cdot 0,5 \cdot 1,2}{1,8} = 141,2 \text{ [кН]}.$$

Тема 2. Кручение

Задача 2.1. Расчет вала

Условие задачи: К стальному валу, состоящему из 4-х участков длиной $l_1 \dots l_4$, приложены 4-е сосредоточенных момента $M_1 \dots M_4$.

Требуется Построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$, подобрать диаметр вала из расчета на прочность, построить эпюру максимальных касательных напряжений τ_{max} , построить эпюру углов закручивания φ вала и определить наибольший относительный угол закручивания вала.

Исходные данные к задаче 2.1.

Таблица 2.1

Данные	Нагрузки, кН·м				Длина участков, м			
	M_1	M_2	M_3	M_4	l_1	l_2	l_3	l_4
0	2,7	-2,6	4,7	-2,0	1,1	0,7	0,3	0,4
1	3,7	4,6	-3,1	3,6	0,9	0,5	1,2	0,7
2	-1,1	-1,9	5,0	-1,4	1,1	0,8	1,1	0,3
3	-4,5	3,8	-1,3	4,8	1,4	0,6	0,9	0,5
4	1,8	2,2	-4,9	2,8	1,0	0,9	0,8	0,4
5	2,1	-1,2	3,2	-2,4	1,2	0,5	1,2	0,6
6	-3,4	4,4	-4,2	1,5	0,3	0,7	1,0	0,3
7	1,6	-3,3	1,7	4,1	1,3	0,9	1,1	0,5
8	-4,3	2,5	-2,3	-2,9	1,1	0,6	0,8	0,7
9	3,0	-3,5	4,0	-3,9	1,2	0,8	1,0	0,6
Пр.	-2,5	3	-1	2	0,8	0,6	0,7	0,5
Вар.	II	I	III	I	III	II	II	I

Указания: Вычертим схему вала в соответствии с табл. 2.1. и рис. 2.1. Знаки моментов в таблице означают: плюс – момент действует против часовой стрелки относительно оси Z, минус – по часовой стрелке (смотри навстречу оси Z). В дальнейшем значения моментов принимать по абсолютной величине. Участки нумеруем от опоры.

Допускаемое касательное напряжение $[\tau]$ для стали примем равным 100 МПа.

Решение: Определим методом сечений значения крутящих моментов на каждом силовом участке, начиная от свободного конца вала.

Крутящий момент равен алгебраической сумме внешних моментов, действующих на вал по одну сторону от сечения.

$$M_{IV} = -M_1 = -2 \text{ [кН·м]}$$

$$M_{III} = -M_1 + M_2 = -2 + 1 = -1 \text{ [кН·м]}$$

$$M_{II} = -M_1 + M_2 + M_3 = -2 + 1 + 3 = 2 \text{ [кН·м]}$$

$$M_I = -M_1 + M_2 + M_3 - M_4 = -2 + 1 + 3 - 2,5 = -0,5 \text{ [кН·м]}$$

Подберем сечение вала из расчета на прочности при кручении по полярному моменту сопротивления сечения:

$$W_p \geq \frac{M_{кр}}{[\tau]}$$

$$\text{Так как для круглого сечения } W_p = \frac{\pi D^3}{16}, \text{ то } D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{кр}}{\pi \cdot [\tau]}}$$

Подставим в уравнение $M_{кр}^{max}$ по абсолютному значению из эпюры крутящих моментов и получим

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot [100 \cdot 10^6]}} = 0,047 \text{ [м]} = 47 \text{ [мм]}$$

Принимаем $D = 50 \text{ мм}$.

Определим угол закручивания каждого участка вала по формуле

$$\varphi = \frac{M_{кр} \cdot l}{G \cdot I_p}$$

где G – модуль упругости 2-го рода, Па;

I_p – полярный момент инерции сечения (для круглого сече-

$$\text{ния } I_p = \frac{\pi D^4}{32}, \text{ м}^4.$$

$G \cdot I_p$ – жесткость сечения при кручении, $\text{Н} \cdot \text{м}^2$.

$$\text{Для данного вала } G \cdot I_p = 8 \cdot 10^{10} \cdot \frac{3,14 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^4}{32} = 49,06 \cdot 10^3 \text{ [Н} \cdot \text{м}^2]$$

Произведя расчет, получим $\varphi_I = -0,008 \text{ рад}$, $\varphi_{II} = 0,024 \text{ рад}$,

$$\varphi_{III} = -0,014 \text{ рад}, \varphi_{IV} = -0,020 \text{ рад}.$$

Определим углы закручивания сечений вала, начиная от опоры, где $\varphi_{0-0} = 0$: $\varphi_{1-1} = \varphi_I = -0,008 \text{ рад}$; $\varphi_{2-2} = \varphi_I + \varphi_{II} = 0,016 \text{ рад}$;

h

$$\varphi_{3-3} = \varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{III} = 0,002 \text{ рад};$$

$$\varphi_{4-4} = \varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{III} + \varphi_{IV} = -0,018 \text{ рад}.$$

Определим максимальное касательное напряжение на каждом

участке по формуле $\tau_{\max} = \frac{M_{KP}}{W_p} = \frac{16 \cdot M_{KP}}{\pi \cdot D^3}$.

Произведя расчет, получим

$$\tau_I^{\max} = -81,5 \text{ МПа}; \tau_{II}^{\max} = -40,7 \text{ МПа}; \tau_{III}^{\max} = 81,5 \text{ МПа}; \tau_{IV}^{\max} = -20,4 \text{ МПа};$$

По результатам расчетов строим эпюры M_{KP} , τ_{\max} и φ , представленные на рис. 2.1.

Наибольший относительный угол закручивания определим по

$$\Theta_{\max} = \frac{M_{KP}^{\max}}{G \cdot I_p} = \frac{2 \cdot 10^3}{49,06 \cdot 10^3} = 0,041 \text{ [рад/м]}$$

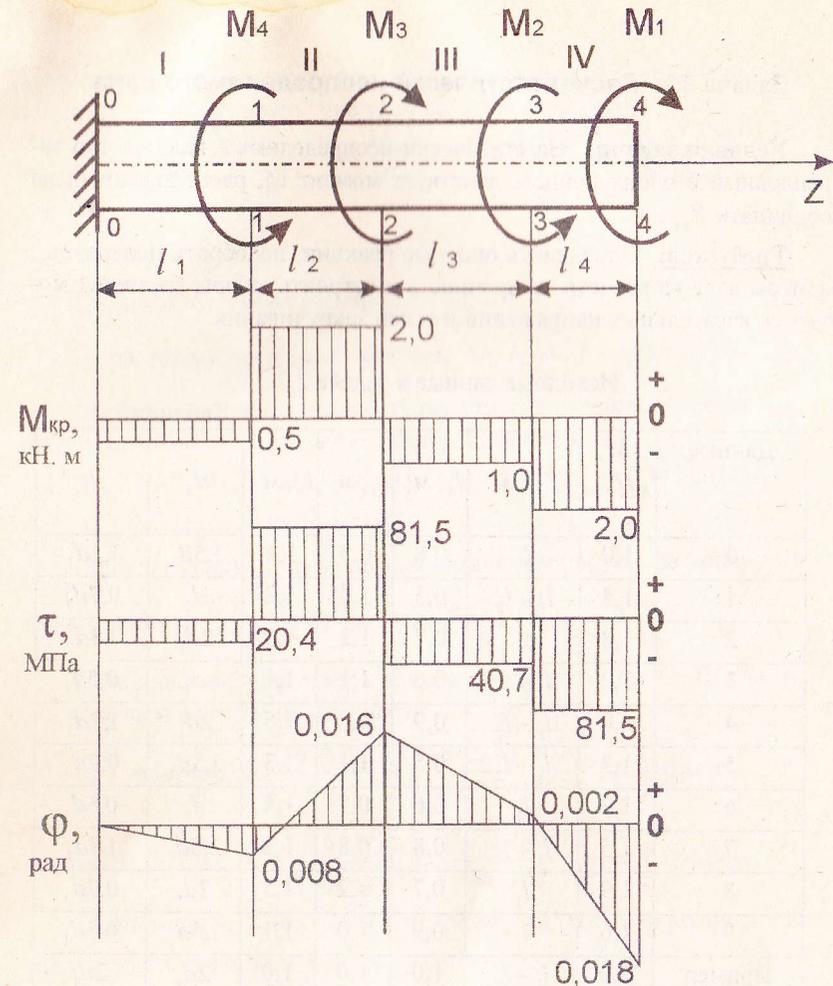


Рис. 2.1.

Задача 2.2. Расчет статически-неопределимого вала

Условие задачи: На статически-неопределимый вал, жестко закрепленный с обоих концов, действует момент M , расположенный на координате Z_M .

Требуется: Определить опорные реакции, подобрать поперечные размеры вала из расчета на прочность, построить эпюры крутящих моментов, касательных напряжений и углов закручивания.

Исходные данные к задаче 2.2.

Таблица 2.2

Данные	$M, \text{кН} \cdot \text{м}$	$Z_M, \text{м}$	$l_1, \text{м}$	$l_2, \text{м}$	$l_3, \text{м}$	d_2	d_3
0	1,0	l_1	0,8	0,9	1,4	$1,5d_1$	$1,2d_1$
1	1,4	$l_1 + l_2$	0,5	1,0	1,2	d_1	$0,7d_1$
2	1,8	l_1	0,7	1,2	1,5	$2d_1$	$1,8d_1$
3	1,2	$l_1 + l_2$	0,6	1,1	1,1	d_1	$0,5d_1$
4	2,0	$l_1 + l_2$	0,9	0,8	1,5	$2d_1$	$1,2d_1$
5	1,3	$l_1 + l_2$	0,5	1,1	1,3	$1,5d_1$	$0,7d_1$
6	1,7	l_1	0,6	0,9	1,4	d_1	$0,5d_1$
7	1,5	$l_1 + l_2$	0,8	0,8	1,2	$2,5d_1$	$1,8d_1$
8	1,9	l_1	0,7	1,2	1,3	$2d_1$	$0,7d_1$
9	1,6	l_1	0,9	1,0	1,1	$1,5d_1$	$0,5d_1$
Пример	2,0	$l_1 + l_2$	1,0	1,0	1,0	$2d_1$	$2d_1$
Вариант	III	II	I	III	II	I	II

Указания: Вычертите схему вала в соответствии с исходными данными из табл. 2.3. Начало координат расположите на левом конце вала.

Решение: Данный вал является статически-неопределимой, так как опорных реакций (M_A и M_B) у него больше, чем уравнений статики ($\sum M_z$) на единицу. Следовательно, для раскрытия статической неоп-

ределимости следует составить одно дополнительное уравнение перемещений, а именно, уравнение угла закручивания вала:

$$\varphi_B = \varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{III} = \frac{(M - M_B) \cdot l_1}{G \cdot I_p^I} + \frac{(M - M_B) \cdot l_2}{G \cdot I_p^{II}} + \frac{-M_B \cdot l_3}{G \cdot I_p^{III}} = 0,$$

$$\text{где } I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}.$$

Так как по условию задачи $d_2 = 2d_1$ и $d_3 = 2d_1$, то $I_p^{II} = I_p^{III} = 16I_p^I$

Тогда, решая уравнение, получим $M_B = \frac{17}{18}M = 1,889 \text{ [кН} \cdot \text{м]}$.

Статическая неопределимость раскрыта. Крутящие моменты на каждом силовом участке найдем методом сечений:

$$M_{KP}^I = M - M_B = 0,111 \text{ [кН} \cdot \text{м]}, \quad M_{KP}^{II} = M - M_B = 0,111 \text{ [кН} \cdot \text{м]},$$

$$M_{KP}^{III} = -M_B = -1,889 \text{ [кН} \cdot \text{м]}.$$

Подбор сечения произведем по уравнению расчета на прочность при кручении: $\tau_{\max} = \frac{M_{KP}}{W_p} \leq [\tau]$, где $W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$.

Потенциально опасными в нашем случае являются I и III участки. Сделаем расчеты на прочность для этих участков:

$$\text{на I участке } d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{KP}^I}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,111 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0,018 \text{ [м]};$$

$$\text{на III участке } d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{KP}^{III}}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,889 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0,046 \text{ [м]}.$$

Принимаем $d_3 = d_2 = 46 \text{ мм}$, $d_1 = 0,5d_3 = 23 \text{ мм}$, что не противоречит условиям прочности для всех участков.

Определим максимальные напряжения и углы закручивания на I участке:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{KP}^I}{W_p^I} = \frac{0,111 \cdot 10^3 \cdot 16}{3,14 \cdot (23 \cdot 10^{-3})^3} = 46,5 \cdot 10^6 \text{ [Па]} = 46,5 \text{ [МПа]},$$

$$\varphi_I = \frac{M_{KP}^I \cdot l_I}{G \cdot I_p^I} = \frac{0,111 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 32}{8 \cdot 10^{10} \cdot 3,14 \cdot (23 \cdot 10^{-3})^4} = 0,0505 \text{ [рад]}.$$

Аналогично произведем расчет τ_{\max} и φ на остальных участках:

$$\tau_{\max}^{II} = 5,8 \text{ МПа}, \quad \varphi_{II} = 0,0032 \text{ рад},$$

$$\tau_{\max}^{III} = -98,8 \text{ МПа}, \varphi_{III} = -0,0537 \text{ рад.}$$

По полученным значениям строим эпюры, представленные на рис.2.2.

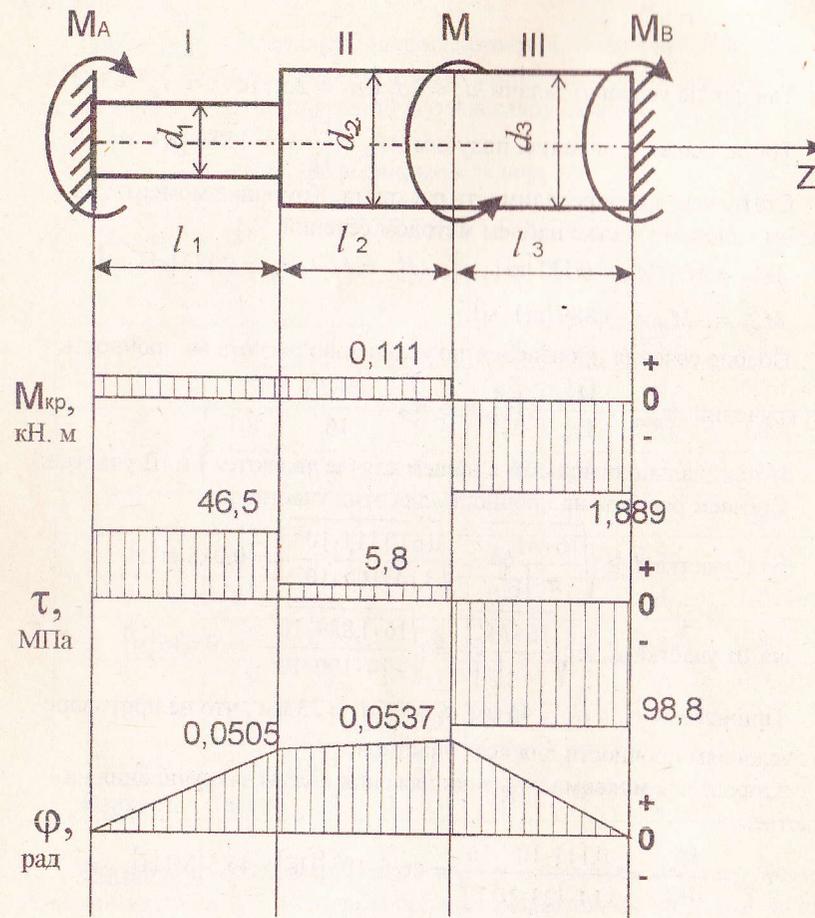


Рис. 2.2

Тема 3. Сдвиг (срез)

Задача 3.1. Расчет заклепочного соединения

Условие задачи: К пластинам толщиной h , имеющим заклепочное соединение, приложены растягивающие усилия F (см. рис. 3.1).

Требуется: Определить допускаемое количество заклепок из условия прочности на срез и смятие.

Исходные данные к задаче 3.1.

Таблица 3.1

Данные	h , мм	d , мм	F , кН	$[\tau]$, МПа	$[\sigma]_{сж}$, МПа
1	1,7	5	9	100	250
2	1,5	3	11	130	280
3	1,6	4	8	110	260
4	1,8	3	10	140	210
5	1,9	5	12	120	400
6	1,5	3	11	110	340
7	1,7	4	8	100	370
8	1,9	5	12	130	320
9	1,6	3	10	120	390
0	1,8	4	9	140	330
Пример	2,0	4	10	100	300
Вариант	II	III	I	II	I

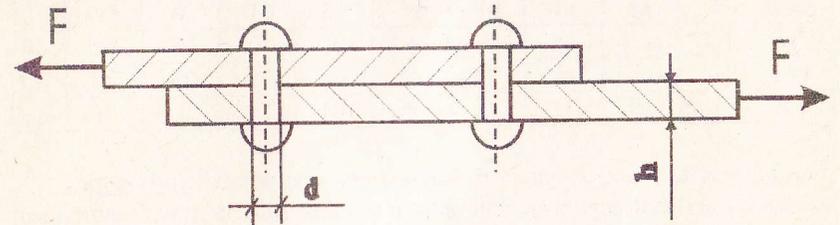


Рис. 3.1.

Указания: Считать, что усилия между заклепками распределены равномерно, отверстия для заклепок продавлены, прочностные характеристики материала пластин выше, чем заклепок.

Решение: Определим количество заклепок из уравнения расчета на прочность при сдвиге (срезе):

$$\tau_{\max} = \frac{F}{A_{\text{ср}}} \leq [\tau],$$

где $A_{\text{ср}}$ - суммарная площадь среза заклепок.

$$A_{\text{ср}} = n \cdot \frac{\pi d^2}{4}, \text{ где } n - \text{число заклепок.}$$

$$\text{Откуда } n \geq \frac{4 \cdot F}{\pi d^2 \cdot [\tau]} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (4 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 100 \cdot 10^6} = 7,96.$$

Определим количество заклепок из уравнения расчета на прочность при смятии:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma]_{\text{см}},$$

где $A_{\text{см}}$ - суммарная площадь смятия заклепок.

$$A_{\text{см}} = n \cdot h \cdot d.$$

$$\text{Откуда } n \geq \frac{F}{h \cdot d \cdot [\sigma]_{\text{см}}} = \frac{10 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 10^6} = 4,17.$$

Окончательно принимаем $n=8$ заклепок

Тема 4. Изгиб

Задача 4.1. Расчет балки

Условие задачи: На горизонтально расположенную балку, закрепленную на двух шарнирных опорах, действуют внешние нагрузки M , F и q . Материал стержня – ст. 3.

Требуется: Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x и подобрать сечение балки из расчета на прочность.

Исходные данные к задаче 4.1.

Таблица 4.1

Данные	Нагрузки			Координаты, м					а, м	Сечение
	M , кН·м	F , кН	q , кН/м	z_M	z_F	z_q		z_B		
						нач.	кон.			
0	5	-7	3	5a	a	a	3a	5a	2	швел
1	-8	12	-8	3a	1,5a	1,5a	3,5a	3a	1,5	двут
2	-12	-6	6	4a	2a	3a	5a	4a	2	швел
3	6	-15	-5	3,5a	a	2a	3a	3,5a	1,5	двут
4	-14	13	-9	4,5a	0,5a	0	2a	4,5a	1	швел
5	9	8	-4	4a	2,5a	4a	5a	4a	1,5	двут
6	7	-10	6	5a	0,5a	2a	4a	5a	1	швел
7	-11	14	5	3,5a	1,5a	2,5a	4,5a	3,5a	2	двут
8	-13	9	-10	3a	2a	3a	4a	3a	1	швел
9	10	-11	7	4,5a	2,5a	a	2a	4,5a	1,5	двут
Пр.	16	-10	-10	4a	8a	0	2a	6a	1	двут
Вар	II	I	III	III	I	II	II	III	I	III

Указания: Шарнирно-неподвижную опору А располагаем на левом конце балки, его же принимаем за начало координат. На соответствующих координатах расположим шарнирно-подвижную опору В и внешние нагрузки, в соответствии с которыми разобьем балку на силовые участки. Силовым участком будет считать ту часть балки, в пределах которой законы изменения Q_y и M_x остаются постоянными. Длину

каждого участка обозначим через l_i . В нашем примере четыре силовых участка.

Решение: Определим опорные реакции из условия равновесия балки:

$$\sum M_A = -ql_1 \cdot 0,5l_1 + M + R_B \cdot (l_1 + l_2 + l_3) - F \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) = 0$$

$$\text{откуда } R_B = \frac{0,5ql_1^2 - M + F \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4)}{(l_1 + l_2 + l_3)} = 14 \text{ [кН]}$$

$$\sum M_B = -R_A \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + ql_1 \cdot \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3\right) + M - F \cdot l_4 = 0$$

$$\text{откуда } R_A = \frac{ql_1 \cdot \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3\right) + M - F \cdot l_4}{(l_1 + l_2 + l_3)} = 16 \text{ [кН]}$$

Произведем проверку правильности опорных реакций:

$$\sum F_Y = 0; \quad R_A - ql_1 + R_B - F = 16 - 10 \cdot 2 + 14 - 10 = 0.$$

Опорные реакции найдены правильно.

Составим уравнения внутренних усилий Q_Y и M_X для каждого силового участка балки.

I участок: $0 \leq z_1 \leq l_1$

$$Q_Y = R_A - qz_1$$

$$M_X = R_A \cdot z_1 - qz_1 \cdot \frac{z_1}{2}$$

при

$$z_1 = 0 \quad Q_Y = R_A = 16 \text{ [кН]}; \quad M_X = 0;$$

$$z_1 = l_1 \quad Q_Y = R_A - q \cdot l_1 = 16 - 10 \cdot 2 = -4 \text{ [кН]};$$

$$M_X = R_A \cdot l_1 - ql_1 \cdot \frac{l_1}{2} = 16 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot 1 = 12 \text{ [кН} \cdot \text{м]}$$

Т.к. поперечная сила Q_Y на данном участке поменяла знак, то изгибающий момент M_X при $Q_Y = 0$ имеет экстремальное значение. Найдём его. $Q_Y = R_A - qz_{ext} = 0$

$$\text{Отсюда } z_{ext} = \frac{R_A}{q} = \frac{16}{10} = 1,6 \text{ [м]}$$

Подставив полученное значение в уравнение изгибающего момента, получим

$$M_X^{ext} = R_A \cdot z_{ext} - qz_{ext} \cdot \frac{z_{ext}}{2} = 16 \cdot 1,6 - 10 \cdot 1,6 \cdot 0,8 = 12,8 \text{ [кН} \cdot \text{м]}$$

II участок: $0 \leq z_2 \leq l_2$

$$Q_Y = R_A - ql_1 = 16 - 10 \cdot 2 = -4 \text{ [кН]}$$

$$M_X = R_A \cdot (l_1 + z_2) - ql_1 \cdot \left(\frac{l_1}{2} + z_2\right)$$

при

$$z_2 = 0 \quad M_X = R_A \cdot l_1 - ql_1 \cdot \frac{l_1}{2} = 16 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot 1 = 12 \text{ [кН} \cdot \text{м]}$$

$$z_2 = l_2 \quad M_X = R_A \cdot (l_1 + l_2) - ql_1 \cdot \left(\frac{l_1}{2} + l_2\right) = 16 \cdot 4 - 10 \cdot 2 \cdot 3 = 4 \text{ [кН} \cdot \text{м]}$$

Аналогично производим расчет на III и IV участках, причем здесь сечение удобнее вести справа налево. По результатам расчетов строим эпюры, представленные на рис. 4.1.

По эпюре M_X определяем наиболее опасное сечение балки, где $M_X^{max} = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$ (по абсолютному значению). Размер сечения (в данном случае № двутавра) вычисляем из условия прочности при изгибе по осевому моменту сопротивления сечения:

$$W_X \geq \frac{M_X^{max}}{[\sigma]} = \frac{20 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,125 \cdot 10^{-3} \text{ [м}^3\text{]} = 125 \text{ [см}^3\text{]}$$

По таблицам сортамента выбираем двутавр № 18, у которого $W_X = 143 \text{ см}^3$.

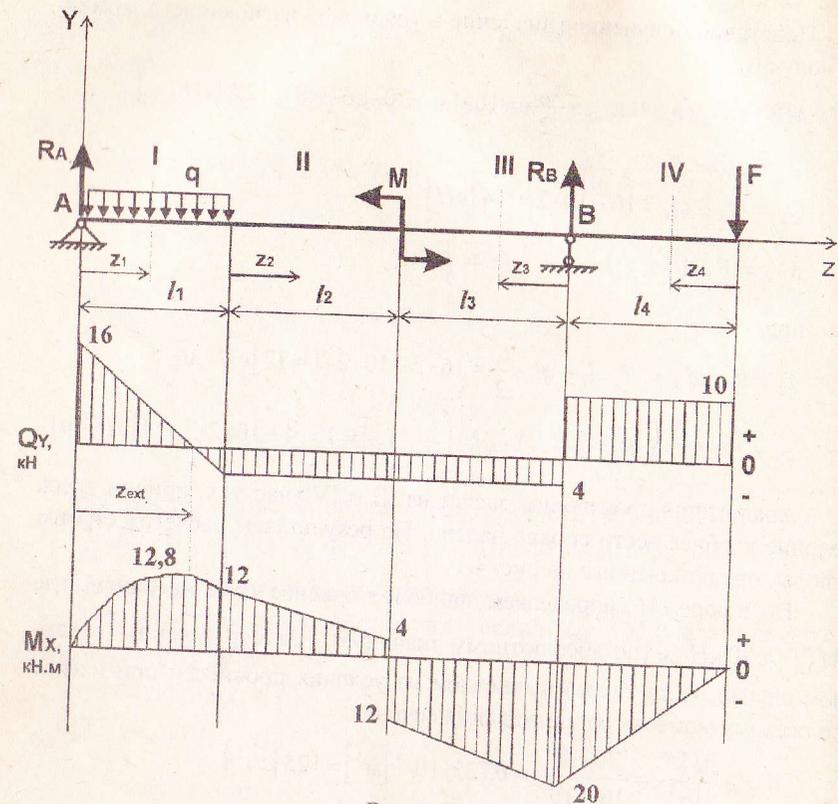


Рис. 4.1.