Типовой расчет № 2

Задача 1.

Для вариантов 1-5:

При обработке деталей на станке автомате вероятность выхода размеров обрабатываемых деталей за границы «допуска» постоянна и равна p. Для контроля качества отбирают n деталей. Построить график функции распределения $F(x)$ случайной величины X - числа нестандартных деталей. Определить наивероятнейшее число нестандартных изделий.

Варианты:

1) $n = 5, \quad p = 0,1.$ 2) $n = 5 \quad p = 0,15.$
3) $n = 2, \quad p = 0,2.$ 4) $n = 3 \quad p = 0,25.$
5) $n = 4, \quad p = 0,15.$

Для вариантов 6-20:

Вычислительное устройство состоит из n независимо работающих элементов. Вероятность выхода из строя каждого элемента одинакова и равна p. Составить закон распределения случайной величины X - числа отказавших элементов. Построить график функции распределения $F(x)$.

Варианты:

6) $n = 2, \quad p = 0,4.$ 7) $n = 3, \quad p = 0,12.$
8) $n = 4, \quad p = 0,15.$ 9) $n = 2, \quad p = 0,3.$
10) $n = 2, \quad p = 0,25.$ 11) $n = 3, \quad p = 0,75.$
12) $n = 3, \quad p = 0,4.$ 13) $n = 4, \quad p = 0,2.$
14) $n = 4, \quad p = 0,1.$ 15) $n = 3, \quad p = 0,15.$
16) $n = 3, \quad p = 0,2.$ 17). $n = 2, \quad p = 0,2.$
18) $n = 2, \quad p = 0,1.$ 19) $n = 3, \quad p = 0,1.$
20) $n = 4, \quad p = 0,5.$

Задача 2.

Задана плотность распределения вероятностей $f(x)$. Определить коэффициент a, функцию распределения $F(x)$, вероятность попадания случайной величины X в интервал (α, β). Построить график функции $f(x)$ и $F(x)$.

Варианты:

1)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{1}{2}, f(x) = \begin{cases} (a-x)^2, & x \in [-1, 1], \\ 0, & x \notin [-1, 1]. \end{cases}$$

2)

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \frac{3\pi}{4}, f(x) = \begin{cases} a \sin 2x, & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi], \\ 0, & x \notin [\frac{\pi}{2}, \pi]. \end{cases}$$

3)

$$\alpha = 1, \beta = 2, f(x) = \begin{cases} a(x+1), & x \in [0,3], \\ 0, & x \notin [0,3]. \end{cases}$$

4)

$$\alpha = 2, \beta = 3, f(x) = \begin{cases} a, & x \in [1,4], \\ 0, & x \notin [1,4]. \end{cases}$$

5)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{4}, f(x) = \begin{cases} a\cos x, & x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], \\ 0, & x \notin [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]. \end{cases}$$

6)

$$\alpha = \frac{1}{4}, \beta = \frac{1}{2}, f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1, & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1]. \end{cases}$$

7)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{1}{6}, f(x) = \begin{cases} ax + 2, & x \in [0, \frac{1}{3}], \\ 0, & x \notin [0, \frac{1}{3}]. \end{cases}$$

8)

$$\alpha = 2, \beta = 2,5, f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \in [2,3], \\ 0, & x \notin [2,3]. \end{cases}$$

9)

$$\alpha = 2, \beta = 3, f(x) = \begin{cases} a, & x \in [2,6], \\ 0, & x \notin [2,6]. \end{cases}$$

10)

$$\alpha = 2, \beta = 2,5, f(x) = \begin{cases} a(x-2), & x \in [2,3], \\ 0, & x \notin [2,3]. \end{cases}$$

11)

$$\alpha = 4, \beta = 4,5, f(x) = \begin{cases} a(x-4), & x \in [4,5], \\ 0, & x \notin [4,5]. \end{cases}$$

12)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{12}, f(x) = \begin{cases} a\cos x, & x \in [0, \frac{\pi}{6}], \\ 0, & x \notin [0, \frac{\pi}{6}]. \end{cases}$$

13)

$$\alpha = 2, \beta = 2,5, f(x) = \begin{cases} a, & x \in [2,3], \\ 0, & x \notin [2,3]. \end{cases}$$

14)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{1}{2}, f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1]. \end{cases}$$

15)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{2}, f(x) = \begin{cases} a \sin\frac{x}{3}, & x \in [0, \frac{3\pi}{2}], \\ 0, & x \notin [0, \frac{3\pi}{2}]. \end{cases}$$

16)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{1}{6}, f(x) = \begin{cases} ax + 2, & x \in [0, \frac{1}{3}], \\ 0, & x \notin [0, \frac{1}{3}]. \end{cases}$$

17)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{4}, f(x) = \begin{cases} a \sin x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}], \\ 0, & x \notin [0, \frac{\pi}{2}]. \end{cases}$$

18)

$$\alpha = -\frac{a}{2}, \beta = \frac{a}{2}, f(x) = \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}}, & |x| < a, \\ 0, & |x| \geq a. \end{cases}$$

19)

$$\alpha = 2, \beta = 2,5, f(x) = \begin{cases} a(x-2), & x \in [2,3], \\ 0, & x \notin [2,3]. \end{cases}$$

20)

$$\alpha = 0, \beta = \frac{1}{2}, f(x) = \begin{cases} ax, & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1]. \end{cases}$$

Задача 3.

Завод выпускает детали, стандартная длина которых a мм. Рассмотрим длину детали как случайную величину X, распределённую по нормальному закону со среднеквадратическим отклонением σ и математическим ожиданием α, определить: 1) вероятность того, что длина наудачу выбранной детали будет больше α или и меньше β; 2) вероятность отклонения длины детали от стандартного размера более чем σ мм.

Варианты:

1) $a = 25$, $\sigma = 1, \alpha = 0, \beta = 0, \delta = 3$
2) $a = 30$, $\sigma = 3, \alpha = 0, \beta = 5, \delta = 2$
3) $a = 25$, $\sigma = 2, \alpha = 5, \beta = 15, \delta = 2$
4) $a = 15$, $\sigma = 2, \alpha = 7, \beta = 9, \delta = 3$
5) $a = 20$, $\sigma = 1, \alpha = 5, \beta = 10, \delta = 2$
6) $a = 18$, $\sigma = 2, \alpha = 10, \beta = 24, \delta = 2$
7) $a = 36$, $\sigma = 4, \alpha = 28, \beta = 42, \delta = 3$
8) $a = 64$, $\sigma = 8, \alpha = 60, \beta = 70, \delta = 5$
9) $a = 18$, $\sigma = 2, \alpha = 12, \beta = 27, \delta = 1.5$
10) $a = 26$, $\sigma = 2, \alpha = 20, \beta = 30, \delta = 2$
11) $a = 48$, $\sigma = 4, \alpha = 32, \beta = 52, \delta = 4$
12) $a = 27$, $\sigma = 3, \alpha = 20, \beta = 35, \delta = 2.5$
13) $a = 65$, $\sigma = 8, \alpha = 30, \beta = 70, \delta = 4$

14) $a = 28,\ \sigma = 1, \alpha = 20, \beta = 32, \delta = 3$
15) $a = 46,\ \sigma = 3.5, \alpha = 35, \beta = 55, \delta = 3$
16) $a = 55,\ \sigma = 6, \alpha = 40, \beta = 60, \delta = 3.6$
17) $a = 12,\ \sigma = 6, \alpha = 4, \beta = 15, \delta = 1.2$
18) $a = 14,\ \sigma = 8, \alpha = 6, \beta = 17, \delta = 2$
19) $a = 10,\ \sigma = 4, \alpha = 2, \beta = 15, \delta = 1.5$
20) $a = 25,\ \sigma = 2, \alpha = 20, \beta = 27, \delta = 1$

Задача 4.

В условиях задачи 1 найти MX и DX.

Задача 5.

В условиях задачи 2 найти MX и DX.

Задача 6.

Задана дискретная двумерная случайная величина $\delta = (\xi, \eta)$. Найти коэффициент корреляции $\rho(\xi, \eta)$.

1)

$\eta\backslash\xi$	0.2	0.6	0.9
2	0.1	0.32	0.12
4	0.07	0.28	0.13

2)

$\eta\backslash\xi$	2	4	5
1.0	0.25	0.17	0.13
1.5	0.16	0.08	0.21

3)

$\eta\backslash\xi$	1	2	5
0.3	0.22	0.1	0.17
0.6	0.06	0.27	0.18

4)

$\eta\backslash\xi$	3	5	6
2	0.18	0.12	0.33
6	0.2	0.08	0.09

5)

$\eta\backslash\xi$	2	3	5
5	0.1	0.15	0.25
7	0.25	0.1	0.15

6)

$\eta\backslash\xi$	6	9	10
0.1	0.15	0.1	0.25
0.3	0.1	0.25	0.15

7)

$\eta\backslash\xi$	0.5	0.9	1.1
2	0.1	0.13	0.26
5	0.12	0.07	0.32

8)

$\eta\backslash\xi$	1	3	6
0.8	0.1	0.09	0.2
1.1	0.16	0.2	0.25

9)

$\eta\backslash\xi$	1	2	4
0.5	0.09	0.06	0.2
0.7	0.33	0.12	0.18

10)

$\eta\backslash\xi$	2	3	6
0.2	0.13	0.21	0.07
0.7	0.32	0.1	0.17

11)

$\eta\backslash\xi$	0.2	0.4	0.7
2	0.1	0.15	0.25
5	0.25	0.1	0.15

12)

$\eta\backslash\xi$	1	3	5
0.2	0.13	0.21	0.07
0.9	0.32	0.1	0.17

13)

$\eta\backslash\xi$	0.1	0.3	0.6
2	0.16	0.2	0.09
4	0.25	0.2	0.1

14)

$\eta\backslash\xi$	6	9	11
0.1	0.32	0.12	0.13
0.3	0.07	0.26	0.1

15)

$\eta\backslash\xi$	0.5	0.9	1.1
2	0.18	0.12	0.33
6	0.22	0.06	0.09

16)

$\eta\backslash\xi$	3	5	6
1	0.1	0.15	0.25
2	0.25	0.1	0.15

17)

$\eta\backslash\xi$	2	4	5
0.5	0.1	0.17	0.06
0.7	0.27	0.18	0.22

18)

$\eta\backslash\xi$	2	3	6
2	0.06	0.27	0.18
5	0.22	0.1	0.17

19)

$\eta\backslash\xi$	1	3	4
0.4	0.13	0.21	0.07
0.8	0.32	0.1	0.17

20)

$\eta\backslash\xi$	3	5	6
3	0.16	0.2	0.09
5	0.25	0.2	0.1

Задача 7.

Для нечетных вариантов:

По данным производителя всхожесть семян помидоров составляет $m\%$. Оценить вероятность того, что из 1000 семян процент взошедших будет заключен в границах $k_1\%$ до $k_2\%$. Решить задачу а) с помощью неравенства Чебышева (если это возможно, если нет - объяснить почему невозможно); б) с помощью теоремы Муавра-Лапласа.

Варианты:

1) $m = 90;\ k_1 = 85;\ k_2 = 95.$
3) $m = 85;\ k_1 = 81;\ k_2 = 89.$
5) $m = 75;\ k_1 = 70;\ k_2 = 85.$
7) $m = 40;\ k_1 = 0;\ k_2 = 80.$
9) $m = 60;\ k_1 = 60;\ k_2 = 70.$
11) $m = 82;\ k_1 = 70;\ k_2 = 90.$
13) $m = 91;\ k_1 = 87;\ k_2 = 95.$
15) $m = 95;\ k_1 = 95;\ k_2 = 100.$
17) $m = 57;\ k_1 = 50;\ k_2 = 64.$
19) $m = 50;\ k_1 = 30;\ k_2 = 70.$

Для четных вариантов:

Случайная величина X задана законом распределения:

X	x_1	x_2	x_3
P	0.3	0.4	0.3

а) Оцените снизу вероятность отклонения значений случайной величины от математического ожидания менее, чем на ε.

б) Найдите точное значение этой вероятности.

Варианты:

2) $x_1 = 2;\ x_2 = 5\ x_3 = 16;\ \varepsilon = 6.$
4) $x_1 = -1\ x_2 = 3;\ x_3 = 4;\ \varepsilon = 2.$
6) $x_1 = -5;\ x_2 = 0;\ x_3 = 7;\ \varepsilon = 5.$
8) $x_1 = 3;\ x_2 = 4;\ x_3 = 8;\ \varepsilon = 4.$
10) $x_1 = -7;\ x_2 = -2;\ x_3 = 0;\ \varepsilon = 4.$

12) $x_1 = -20;\ x_2 = 3;\ x_3 = 14;\ \varepsilon = 14.$
14) $x_1 = 2;\ x_2 = 3;\ x_3 = 15;\ \varepsilon = 3.5.$
16) $x_1 = 0;\ x_2 = 0.5;\ x_3 = 1.2;\ \varepsilon = 0.5.$
18) $x_1 = -10;\ x_2 = -12;\ x_3 = -16;\ \varepsilon = 3.$
20) $x_1 = -1;\ x_2 = 3;\ x_3 = 4.5;\ \varepsilon = 4.$

Задача 8.

Найти характеристическую функцию $\varphi_\xi(t)$ случайной величины ξ и с ее помощью математическое ожидание $M\xi$ и дисперсию $D\xi$, если случайная величина распределена:

Варианты 1-10: по биномиальному закону

$$P(\xi = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad 0 < p < 1,\ k = 0, 1, \ldots, n.$$

Варианты 11-20: по закону Пуассона

$$P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad \lambda > 0,\ k = 0, 1, 2, \ldots.$$

Исходные данные приведены в таблице:

Вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	5	14	6	9	7	3	8	10	4	12
p	$0,37$	$0,28$	$0,53$	$0,46$	$0,18$	$0,67$	$0,32$	$0,87$	$0,25$	$0,41$

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
λ	$0,026$	$0,38$	$0,033$	$0,218$	$0,65$	$0,816$	$0,74$	$0,015$	$0,671$	$0,324$