1. Изобразить временную диаграмму сигнала, соответствующего периодической передаче буквы К пятиэлементным двоичным кодом, приведенном в табл. 3.

Таблица 3

Буква	Кодовая комбинация
К	11110

Принять, что передаче нулевых символов соответствует нулевой уровень сигнала, а передаче единичных символов +1 В (униполярный сигнал). Период повторения Т выбрать из задачи 2 равным Δt. Длительность импульса в последовательности $\tau_0 = \frac{T}{5}$.

2. Найти выражение для спектральной функции S(jω) сигнала конечной длительности, представляющего собой один период сигнала (п.1).

3. Найти спектр периодического сигнала по заданию п.1.

Указания к выполнению

Как известно, периодический сигнал $x(t)$ можно записать в виде ряда Фурье

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n\, e^{jn\Omega t}$$

где $\Omega = \frac{2\pi}{T}$ – частота повторения сигнала.

C_n=$\frac{1}{T}S(jn\Omega)$ – комплексные амплитуды составляющих порядка n с частотами ± $n\Omega$ = $\frac{2\pi n}{T}$.

$S(jn\Omega)$ - спектральная функция, т.е. спектр амплитуд $|S(jn\Omega)|$и спектр фаз ***arctg*** $(S(jn\Omega))$ периодического сигнала $x(t)$.

Сигнал $x(t)$ и спектральная функция S(jω) (здесь ω = $n\Omega$) образуют пару преобразований Фурье, обладающих рядом полезных свойств. Так, например, для нахождения спектра сигнала, указанного в задаче, рекомендуется использовать свойство линейного суммирования спектров при сложении сигналов и преобразование сдвига сигнала во времени в сдвиг спектра по фазе.

В соответствии с этими свойствами спектральная функция группы N импульсов длительностью τ_0 каждый, равноотстоящих на время τ:

$$S(j\omega) = S_1(j\omega)\sum_{k=0}^{N-1} A_k\, e^{-j\omega k\tau}$$

где $S_1(j\omega)$ – спектральная функция импульса в группе.

A_k – высота импульса в группе (1 или 0).

Произведя в выражении S1(jω) замену $\omega = n\Omega$ и воспользовавшись выражением $C_n = \frac{1}{T}|S(jn\Omega)|$, можно определить величину амплитуд C_n спектральных составляющих периодического сигнала, в котором с периодом T повторяются группы (кодовые комбинации) импульсов.

Пример решения. На рис.7 изображена периодически повторяющаяся с периодом T кодовая комбинация 11010, соответствующая букве **Й**. Длительность импульса τ_0 принята равной тактовому интервалу τ.

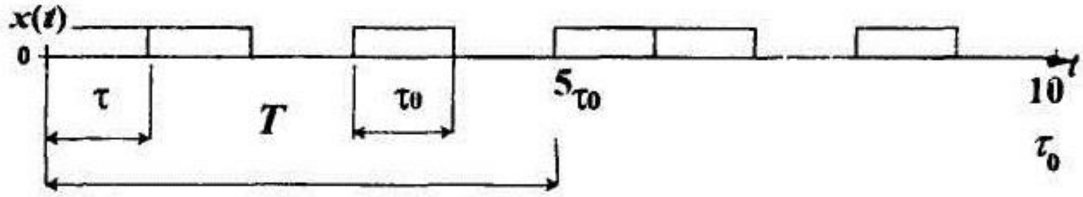

Рис.7. Периодически повторяющаяся кодовая комбинация 11010

Спектральная функция одного импульса в последовательности

$$S_1(j\omega) = \int_0^{\tau_0} e^{-j\omega t}dt = \tau_0 \frac{\sin \omega \frac{\tau_0}{2}}{\frac{\omega \tau_0}{2}} e^{-j\frac{\omega \tau_0}{2}}$$

Спектральная функция сигнала конечной длительности на интервале одного периода T сигнала будет определяться следующим выражением:

$$S(j\omega)=S_1(j\omega)\sum_{k=0}^{N-1}A_k e^{-j\omega k\tau}=\tau_0\frac{\sin\omega\frac{\tau_0}{2}}{\frac{\omega\tau_0}{2}}e^{-j\frac{\omega\tau_0}{2}}\left(1+e^{-j\omega\tau_0}+e^{-j\omega 3\tau_0}\right) \ .$$

Модуль спектральной функции $|S(j\omega)|$ находим, как модуль любого комплексного числа:

$$|S(j\omega)|=\tau_0\left|\frac{\sin\omega\frac{\tau_0}{2}}{\frac{\omega\tau_0}{2}}\right|\sqrt{3+2(\cos\omega\tau_0+\cos 2\omega\tau_0+\cos 3\omega\tau_0)} \ .$$

Как видно из выражения, при $\omega = 0$ модуль $|S(j\omega)|$ будет в 3 раза превышать модуль спектральной функции одного импульса в последовательности $|S_1(j\omega)|$, а при частотах $\omega = \frac{\pi}{m\,\tau_0}(2n+1)$ (n - целое число, m = 1,2,3) модуль $|S(j\omega)|$ будет совпадать с модулем $|S_1(j\omega)|$.

Амплитуды спектральных составляющих периодического сигнала с периодом T в рассматриваемом примере

$$C_n=\frac{1}{T}|S(jn\Omega)|=\frac{\tau_0}{T}\left|\frac{\sin n\Omega\frac{\tau_0}{2}}{n\Omega\frac{\tau_0}{2}}\right|\sqrt{3+2(\cos n\Omega\tau_0+\cos 2n\Omega\tau_0+\cos 3n\Omega\tau_0)} \ .$$

Величину $c_n=\sqrt{3+2(\cos n\Omega\tau_0+\cos 2n\Omega\tau_0+\cos 3n\Omega\tau_0)}$ назовем относительной амплитудой спектральной составляющей, так как она не зависит от формы импульса в кодовой комбинации и, что важно для расчета, повторяется с периодом $k=T/\tau_0$ (в нашем случае k = 5). Спектр относительных амплитуд изображен на рис. 8.

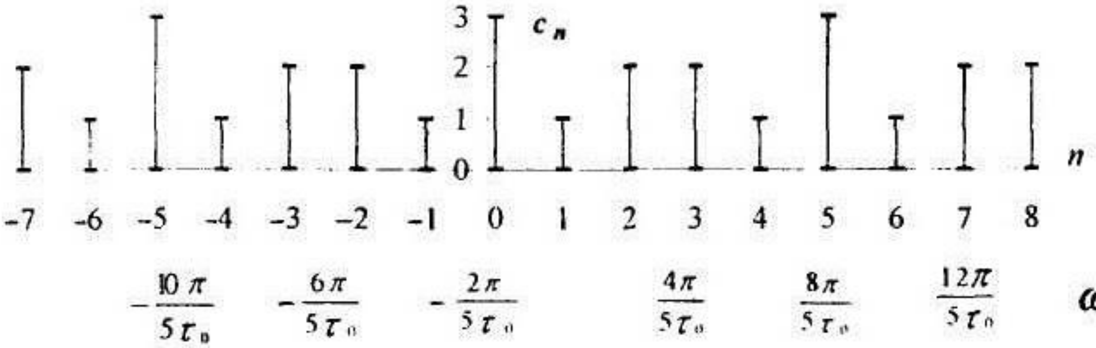

Рис.8. Спектр относительных амплитуд периодического сигнала

Перемножив относительные амплитуды на модуль спектральной функции

$$\frac{\tau_0}{T}\left|\frac{\sin n\Omega\frac{\tau_0}{2}}{n\Omega\frac{\tau_0}{2}}\right|$$

найдем амплитудный спектр сигнала, соответствующего периодической передаче заданной кодовой комбинации. Этот спектр представлен на рис. 9.

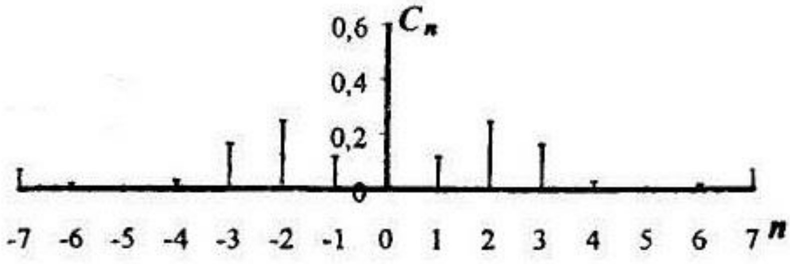

Рис.9. Амплитудный спектр периодически повторяющейся кодовой комбинации 11010