

Задание 1.

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$e^{\sqrt{3.18}}/(0.21^2 + 0.893)$	2	$20.295 \arcsin(9.65/9.95)$
3	$\ln(33.18 + 18.33^2) \cdot 8.3^2$	4	$\ln(5.358 + \sqrt{5.538})/2.21$
5	$3.1^3 - 0.50^2 + 1.418$	6	$2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$
7	$3.7(\cos(3.7 \cdot 1.7))^2 \sin(1.7)$	8	$1.0^4 - 0.45^3 - 1.7$
9	$\sqrt{14.1} + 2.555 - \ln(2.08)$	10	$3^{-0.4} - (2.44 + 0.44)^3$
11	$(\sqrt{1.03} - \sqrt{2.4} - \sqrt{3.52})^2$	12	$\sin(e^{2.15} - \sqrt{2.51}) + \sqrt{6.523}$
13	$\frac{1}{1.1^2} - \ln(1.15 + 1.26)$	14	$\frac{1}{3.09^2} - 5.4^2 + 3.09$
15	$e^{0.22+1.22}/\sqrt{0.429}$	16	$\sqrt{0.15} - 2.67 + 1.200$
17	$\sin(\ln 2.8 - 0.444)10.5$	18	$15.324 \sin(13.538) + 13.538 \sin(15.324)$
19	$(0.0321 + 5.74^2)e^{-0.0321}$	20	$\sqrt{\sin(0.895)} - \cos(0.7 + 1.7)$
21	$\sqrt{8^3 + 15.1^3 + 50.5}$	22	$\sqrt[3]{15.0 - 8.09 \cdot 8.766}$
23	$\sqrt{7.9^2 + 1.7^3 + 2^4}$	24	$(\sin(2.1) + \cos(1.512))e^{0.536}$
25	$\sqrt[3]{e^{-3.03} - e^{3.03} \cdot 5.5}$	26	$(\sqrt{10.1} + 1.423)^2 \cos(0.16)$
27	$\sin(\ln(1.11^2 + 5.55^2 + 0.44^2))$	28	$1.4^3 - 1.89^2 - 2.02$
29	$\ln(2.333)(\cos(3.222) + 1.333)$	30	$\ln(3.18 - 1.0) - 2^{1.55}$

Задание 2.

До скольких значащих цифр следует округлить число $x_0 = \sqrt{8}$, чтобы погрешность вычисления величины $f(x_0)$ не превосходила 0.01%?

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\sqrt{x+1} - x + 2$	2	$e^x - x^2 + 6x$	3	$\cos x - \ln(x+1)$
4	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$	5	$x^3 - x^2 + 2x - 1$	6	$\sqrt{x-1} - x + 4$
7	$e^x - (x-3)^2 + 2$	8	$x^4 - 2x^3 - 1$	9	$\sqrt{x} + 2 - \ln(x-2)$
10	$3^x + (x-2)^3$	11	$\sin x - 2x + 4$	12	$e^x + x - 2$
13	$\frac{1}{x^2} - \ln(1-x)$	14	$\frac{1}{(x+1)^2} - x^2 + 2$	15	$e^x - x^2 + 3x$
16	$\sqrt{x} - 2x + 2$	17	$\cos x - 3x - 3$	18	$\ln x - \sqrt{x-2}$
19	$\sin x - \ln(x+3)$	20	$\cos x + (x-0.5)^3$	21	$e^{-x} - (x+2)^2 + 2$
22	$\sin x - \sqrt{x-1}$	23	$\ln(x+1) - \sqrt{x-1}$	24	$\sin x - x + 3$
25	$\sin x + (x-1.5)^3$	26	$e^{-x} - 2x - 4$	27	$\frac{1}{x-1} - \sqrt{x+2}$
28	$x^3 - x^2 + 3x - 2$	29	$\ln x + (x-1)^2 - 2$	30	$\ln(x-1) - 2^{1-x}$

Задание 3.

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon_1 = 0.01$. Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью $\varepsilon_2 = 0.0001$. Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности ε_2 число итераций. Функция $f(x)$ дана в задании 2.

Задание 4.

Дан многочлен третьей степени $P(x) = x^3 + bx^2 + c$. Методом Ньютона найти действительный корень многочлена, расположенный на интервале $(-3, 0)$, с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c
1	-16	15	2	-23	8	3	-30	1	4	-7	24	5	-25	6
6	-26	5	7	-21	10	8	-12	19	9	-27	4	10	-2	29
11	-14	17	12	-22	9	13	-10	21	14	-29	2	15	-24	7
16	-15	16	17	-18	13	18	-20	11	19	-13	18	20	-19	12
21	-1	30	22	-17	14	23	-28	3	24	-11	20	25	-6	25
26	-9	22	27	-8	23	28	-5	26	29	-4	27	30	-3	28

Задание 5.

Вычислить нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A и нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b .

N	A				b	N	A			b
1	1,503	-0,515	0,649	1,8	2	1,703	1,959	-2,032	0,82	
	-1,502	0,309	-0,249	1,94		-1,265	1,197	-0,904	-8	
	2,255	-2,561	-0,833	-5,381		0,448	1,434	1,738	5	
3	-1,746	0,288	-1,633	3,159	4	1,94	-0,329	2,235	1,3	
	1,975	-0,096	-0,373	0,35		1,55	2,9	0,427	7,25	
	-2,688	2,061	-2,315	-7,4		0,018	1,603	0,364	-3,04	
5	0,903	2,4	0,271	-5,9	6	2,796	1,765	1,833	1,16	
	2,37	-1,996	2,546	2,25		-0,448	0,721	1,393	5,015	
	1,93	1,857	-1,783	6,925		0,092	-0,099	0,137	0,097	
7	-0,233	0,715	2,411	-3,4	8	0,726	-0,337	-2,532	-4,651	
	-0,697	-0,607	-2,573	1		-2,12	1,31	1,03	0,113	
	0,083	2,257	-0,745	5		2,571	2,81	1,486	-3,7	
9	-1,747	0,118	-0,519	-2,92	10	-2,756	2,438	0,588	3,31	
	-0,236	-1,526	-0,185	-4,529		-0,208	-2,6	1,484	2,2	
	-2,461	-2,944	-0,37	5,26		0,138	0,029	-0,499	-2,704	
11	0,111	0,993	-1,34	-2	12	0,883	1,529	1,106	7,418	
	-1,879	0,859	2,06	0		-0,375	1,421	-2,012	7,9	
	1,006	-1,189	-1,49	3,6		0,24	1,454	-0,782	1	
13	-1,255	-0,225	0,676	-6	14	0,984	1,984	-0,251	4,35	
	1,541	-0,891	-0,036	2,3		1,348	1,385	0,103	-6,494	
	-1,266	-2,391	1,447	3		-0,519	2,524	1,942	-5,045	
15	2,155	1,732	1,964	-5,681	16	-0,26	0,433	2,301	-5,37	
	-2,776	1,41	0,176	-5,2		0,466	-1,172	-1,056	-1,44	
	0,739	2,522	2,218	1,35		-2,367	0,05	0,561	1	
17	0,36	2,535	1,737	0	18	-1,021	1,508	2,582	0,9	
	0,329	0,308	1,511	-6,6		1,352	-2,083	0,53	0,8	
	2,452	-2,691	1,51	1,06		0,975	1,829	-2,66	1,52	

N	A			b	N	A			b
19	-1,875	-0,245	1,394	7	20	1,466	1,777	-2,129	-7,52
	-2,256	1,331	1,332	-4,725		2,362	1,082	-1,775	4,5
	-2,552	-0,937	-1,831	-2,4		2,363	0,165	-2,791	0,415
21	0,115	-1,287	2,878	2,1	22	-1,873	0,045	-0,718	-4,5
	-1,07	-0,444	-0,807	6,3		1,54	-2,035	-0,967	-7,92
	0,817	0,119	-2,076	1,554		2,965	-1,49	-0,226	-2,331
23	-1,283	-0,399	1,806	3	24	-2,61	-0,18	1,08	1,87
	2,556	2,328	-2,177	4,521		1,231	-1,706	-0,055	7,3
	0,567	-1,395	-0,245	7		1,391	1,59	1,953	-5,5
25	-1,251	2,403	2,556	-6,61	26	-1,223	1,513	1,469	4
	1,052	-0,671	-1,171	-1,6		-2,014	-1,398	1,049	5,305
	0,102	-1,087	-1,562	-6,734		1,706	2,504	2,597	-2
27	0,053	0,448	1,458	-7,51	28	-1,393	-0,602	-1,617	-5,25
	1,747	-0,776	1,409	4,1		-2,384	0,586	1,236	5,9
	-2,913	0,442	1,513	-0,959		-0,033	-1,04	-0,359	3,5
29	-2,247	1,045	2,902	-4,8	30	-0,943	2,533	-0,717	3,2
	-1,362	-1,61	2,064	-2,6		0,29	-0,918	-1,333	-6,106
	0,3	-1,177	-0,349	-3		0,487	-0,679	-0,947	-5,026

Задание 6.

Определить погрешность решения СЛАУ $Ax = b$, если элементы матрицы A заданы точно, а элементы вектора правых частей b получены в результате округления. Матрица A и вектор b даны в задании 5.

Задание 7.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Гаусса (LU-разложения).

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	-5	-7	-4	-5	7	2	-4	-3	6	-10	67	3	5	2	2	-4	1
	-20	-31	-15	-26	27		12	-1	-23	31	-294		25	19	12	-14	100
	0	-21	-1	-39	-14		16	2	-39	47	-399		-15	-24	-20	-9	-248
	5	-8	89	-54	61		-28	-81	-28	-32	-305		-10	-49	46	36	-127
4	9	-7	5	5	47	5	-3	-5	2	5	-11	6	-2	4	-4	5	32
	81	-64	44	48	450		21	26	-24	-26	117		-14	33	-36	30	271
	63	-58	28	54	514		-24	-94	-49	94	172		0	45	-73	-42	427
	0	-1	17	-74	-530		3	68	28	-59	-145		-8	-4	7	76	-24
7	-1	6	-4	3	-24	8	2	8	-9	-9	7	9	3	-10	-9	-8	25
	7	-45	26	-21	189		2	16	-14	-9	-53		-30	101	92	81	-256
	0	24	20	-6	-192		14	64	-75	-70	52		-30	94	79	78	-191
	6	-42	48	-51	54		-6	-8	73	86	-660		-9	25	9	-10	-208
10	3	-7	9	4	33	11	-3	-1	-5	6	-94	12	9	-9	2	4	-120
	-30	76	-85	-32	-357		-9	-6	-10	17	-218		81	-76	16	41	-1095
	-18	48	-47	-7	-190		-18	21	-85	36	-1138		-45	90	-26	19	535
	15	-71	31	53	652		-24	-11	-65	11	-610		-27	27	4	-52	810

N	A	b	N	A	b	N	A	b
13	4 9 -9 -4	-68	14	1 -7 -2 4	-91	15	-4 -4 0 -4	20
	-4 -12 16 0	140		-1 6 7 5	59		-28 -32 -9 -38	135
	-28 -78 102 9	864		8 -49 -49 -34	-462		-28 -32 -3 -30	165
	-36 -81 61 24	500		-5 39 -12 -59	589		-16 12 87 79	235
16	-9 4 -8 5	-109	17	-9 -3 -7 6	-42	18	-9 -10 -9 2	-6
	90 -33 77 -50	1050		63 13 51 -36	244		9 18 18 0	9
	81 27 52 -50	629		9 -69 24 50	-416		-27 10 23 11	-23
	0 -49 7 15	284		27 -7 21 -6	2		-45 -98 -59 -37	-183
19	-4 0 -5 5	-32	20	2 6 -2 -6	-46	21	-5 -8 1 -6	91
	16 -10 13 -29	42		-4 -11 3 20	149		-10 -23 10 -20	220
	-12 30 12 43	169		2 -1 7 -56	-405		-35 -112 72 -108	941
	28 -40 19 -74	-111		-18 -48 0 68	530		-25 -61 38 -81	605
22	1 -10 -9 0	37	23	-4 4 -9 9	-149	24	-3 9 -5 -10	-9
	-10 92 95 4	-447		16 -21 35 -28	590		24 -76 46 78	84
	8 -64 -92 -18	540		-28 58 -64 18	-1046		-27 121 -112 -79	-105
	-4 -8 136 95	-1240		16 4 89 -91	905		3 7 -61 -31	507
25	9 4 -7 3	126	26	-10 -10 -4 -8	-2	27	-7 4 1 -6	-3
	-36 -21 35 -14	-548		50 44 15 45	16		-14 0 11 -16	-71
	81 81 -130 48	1553		-50 -56 -21 -45	20		7 36 -52 29	361
	18 -17 57 -27	-155		60 120 90 -45	60		28 -72 89 -28	-617
28	9 2 -4 5	-79	29	2 -4 -4 -10	92	30	-5 8 -2 -8	-23
	-36 -3 11 -22	350		10 -15 -25 -47	411		40 -68 21 73	234
	-45 -50 62 -5	93		2 31 -42 11	-257		-25 36 -6 -40	-131
	-72 -31 57 -8	338		14 -13 -37 -54	453		-25 48 -19 -58	-221

Задание 9.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом прогонки.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	4 2 0 0 0	-28	2	7 -4 0 0 0	35	3	6 3 0 0 0	15
	-3 11 3 0 0	-55		4 12 3 0 0	114		-6 14 -1 0 0	-159
	0 3 8 1 0	35		0 1 9 -4 0	-23		0 -4 12 3 0	-66
	0 0 2 12 4	-32		0 0 -1 3 -1	6		0 0 0 0 -1	9
	0 0 0 -2 4	22		0 0 0 -4 8	28		0 0 0 4 8	-64
4	8 -4 0 0 0	28	5	7 -4 0 0 0	59	6	9 5 0 0 0	-76
	1 4 -2 0 0	41		0 10 -6 0 0	70		0 0 -1 0 0	-4
	0 -1 12 -5 0	-63		0 1 5 -2 0	-37		0 3 15 -5 0	38
	0 0 4 20 -6	104		0 0 3 12 -3	-75		0 0 -5 20 -6	26
	0 0 0 -6 11	-90		0 0 0 -5 8	-42		0 0 0 2 4	46

N	A					b	N	A					b	N	A					b
7	8	4	0	0	0	-40	8	6	3	0	0	0	21	9	10	-6	0	0	0	64
	-4	10	1	0	0	-95		-3	8	-1	0	0	-24		3	7	1	0	0	-69
	0	-1	10	4	0	20		0	-5	19	5	0	81		0	4	16	5	0	-200
	0	0	-4	12	2	-154		0	0	1	2	-1	9		0	0	-6	20	-5	-56
	0	0	0	-3	6	-12		0	0	0	5	8	-40		0	0	0	2	4	16
10	4	2	0	0	0	-6	11	4	2	0	0	0	-34	12	11	-6	0	0	0	65
	-3	12	-4	0	0	81		-3	18	-6	0	0	75		-6	22	5	0	0	-224
	0	-5	18	-5	0	-127		0	4	10	2	0	-64		0	4	19	-6	0	-94
	0	0	0	4	3	-52		0	0	5	13	2	-156		0	0	4	12	3	-64
	0	0	0	-2	4	4		0	0	0	-6	12	-30		0	0	0	3	6	-33
13	2	1	0	0	0	17	14	8	-5	0	0	0	-40	15	9	5	0	0	0	-80
	0	4	-3	0	0	49		0	2	-1	0	0	0		4	12	2	0	0	-100
	0	3	14	-4	0	-113		0	4	16	5	0	15		0	-1	4	2	0	27
	0	0	0	2	-2	10		0	0	3	10	-3	33		0	0	2	10	-3	43
	0	0	0	-1	2	-1		0	0	0	3	5	4		0	0	0	1	2	20
16	4	2	0	0	0	-28	17	4	2	0	0	0	-4	18	5	3	0	0	0	0
	-1	10	-4	0	0	32		0	10	-6	0	0	42		1	9	-4	0	0	18
	0	-5	18	-5	0	-18		0	4	11	2	0	69		0	1	4	1	0	20
	0	0	-6	18	4	-14		0	0	-4	16	4	92		0	0	-6	14	1	-169
	0	0	0	5	10	30		0	0	0	1	2	10		0	0	0	2	4	-46
19	8	5	0	0	0	81	20	9	-5	0	0	0	13	21	4	2	0	0	0	28
	2	11	4	0	0	53		-1	4	1	0	0	-4		0	9	5	0	0	36
	0	4	12	3	0	-31		0	3	14	-5	0	-56		0	-3	8	-2	0	-8
	0	0	-6	18	-4	-18		0	0	-2	10	3	-50		0	0	-1	7	-3	-17
	0	0	0	5	9	49		0	0	0	-4	8	-12		0	0	0	3	6	0
22	8	5	0	0	0	-56	23	6	3	0	0	0	39	24	4	-2	0	0	0	44
	-2	7	-2	0	0	20		-1	10	4	0	0	59		1	12	-6	0	0	-119
	0	-6	20	-5	0	-90		0	-1	7	-3	0	-21		0	-1	3	-1	0	28
	0	0	1	4	2	9		0	0	-1	10	-5	37		0	0	-3	16	-6	-83
	0	0	0	-6	10	-96		0	0	0	2	4	-28		0	0	0	-3	5	5
25	5	3	0	0	0	-14	26	4	-2	0	0	0	18	27	5	-3	0	0	0	-46
	1	3	1	0	0	-20		-3	7	-1	0	0	-12		-6	16	-2	0	0	92
	0	1	8	-3	0	11		0	4	16	5	0	88		0	-2	8	3	0	-67
	0	0	5	18	-4	20		0	0	-2	6	-2	6		0	0	-3	12	-3	-69
	0	0	0	2	4	-30		0	0	0	3	5	37		0	0	0	4	7	43
28	10	-5	0	0	0	25	29	6	-3	0	0	0	18	30	12	-6	0	0	0	60
	1	4	-2	0	0	-25		0	9	-5	0	0	82		1	5	-2	0	0	46
	0	-3	11	-3	0	77		0	-6	24	-6	0	-72		0	0	3	-2	0	-18
	0	0	4	10	1	57		0	0	3	11	3	-80		0	0	4	13	3	8
	0	0	0	-2	4	-10		0	0	0	-5	8	-60		0	0	0	-6	12	-78

Задание 10.

Решить систему уравнений $Ax = b$ с точностью 0.05 методами: 1) простой итерации; 2) Зейделя.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	125	-1	7	-7	-9	2	0	41	0	-7	-390	3	-6	7	7	103	-982
	6	8	-9	135	-1064		77	-6	3	2	51		-4	-5	92	-2	-572
	-8	105	-1	-2	-407		3	-2	-8	101	345		9	75	3	2	-543
	8	1	91	-5	842		-3	-1	76	6	-201		107	4	-8	8	-682
4	0	-4	55	7	-50	5	-5	-8	129	8	-74	6	8	6	5	91	-388
	-6	0	-8	102	-972		-10	1	6	124	309		58	-5	-4	3	8
	-1	75	0	6	-427		80	-3	3	-3	409		-10	119	8	4	-492
	61	-2	4	4	-518		3	59	0	4	-386		2	-10	129	-9	76
7	88	2	-2	-5	-608	8	3	5	7	101	-1069	9	-4	-5	79	-3	41
	0	4	-5	46	23		-8	4	107	-2	4		61	-3	2	-8	372
	7	-1	121	8	-893		-6	103	9	3	-1042		-3	5	-9	105	-217
	0	89	7	1	-316		74	1	-2	9	-322		-2	39	-3	3	135
10	-3	4	-10	90	-152	11	-8	-3	-10	109	-92	12	-6	-5	-10	149	-1109
	104	6	-4	6	-684		9	122	-3	9	285		-6	2	66	-1	-620
	6	115	-8	1	-660		-7	-1	85	3	298		0	126	-8	-10	1042
	9	-10	135	7	799		94	7	4	6	-631		148	-9	-5	-8	-393
13	-9	114	0	-10	-77	14	-7	-1	88	-8	-423	15	4	-3	101	6	483
	1	-4	1	54	-525		73	-1	7	6	-32		3	89	8	-5	-429
	117	7	4	8	748		8	-9	1	101	-25		5	-5	3	92	-850
	-5	-2	56	4	151		-7	111	-6	2	-971		77	2	0	8	293
16	72	-3	-3	-2	-346	17	103	-4	-10	-4	-870	18	103	-8	6	-4	-598
	1	-7	101	-4	455		-8	0	-6	85	-561		-7	128	-7	2	512
	1	0	-10	51	-402		-10	99	1	-6	721		-6	2	-6	76	-512
	-4	99	-6	9	-463		-9	-3	133	-7	768		0	-5	70	1	253
19	141	9	7	-10	68	20	6	140	9	-8	815	21	-9	118	8	-6	-651
	0	67	2	8	288		0	-1	-7	68	-176		-2	-10	3	83	-560
	5	-10	-1	125	79		116	-10	7	-4	1037		4	-2	90	-9	-349
	2	-6	98	3	567		0	-9	72	3	309		92	6	-7	-2	663
22	-4	6	3	93	44	23	-4	111	-7	-2	206	24	7	-10	7	117	-411
	7	119	-7	7	-21		-5	2	79	-6	-188		8	-3	142	9	984
	-5	1	65	1	-605		3	7	-3	93	-49		-1	105	6	-5	268
	104	-5	8	3	352		121	-7	5	-10	954		85	-2	-8	-5	300
25	6	-7	7	112	-552	26	3	-3	-6	85	-686	27	86	8	-3	-7	268
	85	-2	6	-1	-108		-2	2	93	-7	-207		-4	3	91	5	-791
	7	130	-4	6	-1305		118	-8	7	3	-549		-2	-5	2	64	-371
	-2	6	36	0	-346		-9	97	-1	3	403		-6	80	2	8	-642

N	A				b	N	A				b	N	A				b
28	8	114	-4	-10	280	29	71	-2	0	7	480	30	-7	-2	-10	137	-368
	-4	3	-3	77	395		5	8	-7	146	-22		-4	61	2	6	232
	98	3	8	-1	-86		-2	3	99	9	-701		2	9	102	5	-291
	8	-6	101	-1	70		-6	107	-7	4	538		99	-9	6	4	-363

Задание 11.

Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений $Ax = b$ (не переставляя строк). В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Сопоставить его сходимость с выполнением достаточных условий сходимости метода.

N	A			b	N	A			b	N	A			b	N	A			b
1	4	2	20	2	5	3	5	3	4	2	20	4	5	1	10	5	-4	4	-4
	2	4	8		3	5	15		4	4	8		1	1	5		4	4	16
6	4	4	16	7	4	1	8	8	4	5	16	9	2	2	10	10	2	5	8
	-4	4	12		1	4	12		5	4	12		2	2	8		5	5	10
11	4	4	20	12	4	3	4	13	5	2	25	14	5	1	20	15	3	3	12
	4	3	9		3	4	20		2	5	10		1	5	20		3	2	4
16	2	2	4	17	5	5	20	18	1	4	4	19	4	3	4	20	2	4	2
	2	-2	-10		-5	5	25		4	1	5		3	4	4		4	2	2
21	1	3	1	22	2	1	10	23	5	4	10	24	4	1	20	25	4	1	16
	3	1	1		2	2	2		4	5	10		1	4	8		1	4	12
26	-4	4	-4	27	3	5	12	28	3	3	15	29	4	3	16	30	4	2	20
	4	4	8		5	3	12		2	3	3		3	4	20		2	4	20

Задание 12.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4	2	x	-1,8	-0,9	0	0,9	1,8
	y	2,8	1,5	1,2	2,2	2,2		y	-3,4	-0,2	1,1	-2,8	-6,7
3	x	-4,2	-2,1	0	2,1	4,2	4	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6
	y	-0,4	-0,5	1,2	3,6	5,1		y	0,8	4,4	5,8	5,9	8,1
5	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	6	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	3,4	4,8	7,5	8,4	9,2		y	-3,9	-4	-6,2	-8,7	-8,9
7	x	-5,4	-2,7	0	2,7	5,4	8	x	-5,4	-2,7	0	2,7	5,4
	y	-1,7	-1,5	-1,1	2,2	5,5		y	-2,1	-0,5	0,8	4,2	7,9
9	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	10	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8
	y	-1,6	-1,4	-1,2	0,8	3		y	2,4	6,3	7,4	7,2	6,5
11	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8	12	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4
	y	3,1	0,1	-3,4	-4,5	-8		y	2,1	-1,3	-3,6	-6,9	-9,5
13	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	14	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4
	y	-3,8	-7,1	-10,9	-12,8	-13,3		y	-2,8	-4,5	-8,2	-8,4	-10,3

N	таблица						N	таблица					
15	x	-2	-1	0	1	2	16	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8
	y	-2	-3,8	-6	-7,8	-8,7		y	-3,8	-5,1	-5,3	-7,9	-9,8
17	x	-2	-1	0	1	2	18	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2
	y	-4	-3,7	-2,4	-1,5	1,6		y	1,2	-2	0,9	1,1	2,3
19	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8	20	x	-5	-2,5	0	2,5	5
	y	-3,4	-3,7	-7	-5,6	-3,1		y	3,1	5,1	8,3	9,3	10,4
21	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6	22	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8
	y	-1,8	-1,9	-3,1	-4,4	-6,5		y	0,1	1,8	2	4,2	5,2
23	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8	24	x	-1	-0,5	0	0,5	1
	y	-3	-5,3	-9,2	-11,7	-13,8		y	0,9	-0,4	-3,9	-5	-6,6
25	x	-5,4	-2,7	0	2,7	5,4	26	x	-4	-2	0	2	4
	y	-3	-2,9	-3,3	-5	-5,2		y	3,4	4,7	6,1	7,2	9,4
27	x	-1	-0,5	0	0,5	1	28	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	2,9	0,2	4,1	7,4	10,8		y	-0,5	2,6	3,7	2,6	0,7
29	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6	30	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2
	y	2,5	0,6	4,2	6,2	7,8		y	3,4	5,6	6,5	5,6	3,5

Задание 14.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке x_0 .

N	таблица					x_0	N	таблица					x_0	N	таблица					x_0
1	x	2	3	4	5	3,45	2	x	2	3	4	5	2,8	3	x	-2	-1	0	1	-0,69
	y	-3	0	1	-2			y	0	3	-2	3			y	-2	0	1	3	
4	x	3	4	5	6	4,69	5	x	-5	-4	-3	-2	-3,53	6	x	0	1	2	3	1,64
	y	1	-2	0	4			y	1	0	1	1			y	0	-4	-3	4	
7	x	-1	0	1	2	0,65	8	x	-3	-2	-1	0	-1,11	9	x	4	5	6	7	5,6
	y	-1	3	0	1			y	-2	4	0	2			y	1	-4	0	-3	
10	x	4	5	6	7	5,42	11	x	-1	0	1	2	0,54	12	x	-1	0	1	2	0,66
	y	3	-2	0	1			y	0	1	1	-2			y	0	1	-4	4	
13	x	-4	-3	-2	-1	-3,84	14	x	3	4	5	6	4,33	15	x	2	3	4	5	2,32
	y	-3	3	0	-3			y	-5	0	3	2			y	2	0	1	4	
16	x	-5	-4	-3	-2	-4,21	17	x	-3	-2	-1	0	-2,84	18	x	3	4	5	6	4,27
	y	-3	0	2	-5			y	-4	-5	0	4			y	0	-4	2	1	
19	x	2	3	4	5	3,4	20	x	4	5	6	7	5,72	21	x	-5	-4	-3	-2	-3,7
	y	-2	2	0	1			y	-2	0	3	1			y	0	1	3	-5	
22	x	-5	-4	-3	-2	-4,63	23	x	1	2	3	4	2,71	24	x	1	2	3	4	1,77
	y	-3	0	-5	-4			y	3	0	1	-2			y	2	0	-5	1	
25	x	4	5	6	7	4,38	26	x	-2	-1	0	1	-0,22	27	x	0	1	2	3	1,78
	y	0	1	-1	-5			y	-3	3	0	-2			y	0	-1	2	-4	
28	x	1	2	3	4	1,26	29	x	3	4	5	6	4,53	30	x	3	4	5	6	3,83
	y	-2	0	-3	1			y	-5	4	0	1			y	0	4	4	2	

Задание 15.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционный многочлен Ньютона. С его помощью вычислить приближенное значение функции в точке x_0 и оценить практически погрешность приближения. Записать результат с учетом погрешности.

N	таблица						x_0	N	таблица						x_0	N	таблица						x_0																		
1	x	-4	-3	-1	0	1	-3,36	2	x	0	1	2	4	5	2,32	3	x	-1	0	2	3	4	-0,79	y	0	-5	4	4	-4	y	-1	-3	-3	4	-3	y	1	0	4	3	-2
	x	-2	-1	0	1	2			x	-8	-7	-5	-3	-2			x	0	1	3	5	6			x	-9	-7	-5	-4		-2	x	-8	-6	-4		-2	-1	x	-1	1
4	x	-2	-1	0	1	2	0,76	5	x	-8	-7	-5	-3	-2	-7,57	6	x	0	1	3	5	6	1,86	y	3	2	4	1	-3	y	2	4	-5	4	-4	y	-2	-4	-3	1	-1
	x	-9	-7	-5	-4	-2			x	-9	-8	-6	-5	-3			x	-3	-2	0	2	4			x	-9	-8	-6	-5		-3	x	-1	1	2		4	5	x	-3	-2
7	x	-9	-7	-5	-4	-2	-8,26	8	x	-9	-8	-6	-5	-3	-7,17	9	x	-3	-2	0	2	4	-1,59	y	-4	-3	2	-3	-2	y	-1	-5	2	3	-1	y	4	0	-5	4	4
	x	-8	-6	-4	-2	-1			x	-1	1	2	4	5			x	-8	-6	-4	-3	-1			x	-1	1	2	4		5	x	-8	-6	-4		-3	-1			
10	x	-8	-6	-4	-2	-1	-3,35	11	x	-1	1	2	4	5	1,2	12	x	-8	-6	-4	-3	-1	-7,39	y	2	4	2	3	-5	y	4	-2	3	1	-4	y	1	-1	0	1	3
	x	-8	-7	-5	-3	-1			x	-1	0	1	2	3			x	-4	-3	-1	1	2			x	-1	0	1	2		3	x	-4	-3	-1		1	2			
13	x	-8	-7	-5	-3	-1	-4,43	14	x	-1	0	1	2	3	0,67	15	x	-4	-3	-1	1	2	-0,65	y	-1	1	4	2	1	y	-3	1	2	1	-1	y	-3	-4	4	-1	4
	x	-7	-5	-3	-1	0			x	0	2	4	6	7			x	-9	-8	-7	-5	-4			x	-9	-8	-7	-5		-4	x	-9	-8	-7		-5	-4			
16	x	-7	-5	-3	-1	0	-6,17	17	x	0	2	4	6	7	4,31	18	x	-9	-8	-7	-5	-4	-8,67	y	3	0	2	-1	4	y	4	1	-5	-1	-2	y	-3	-4	4	2	-3
	x	0	1	2	4	6			x	-3	-1	0	1	2			x	-5	-4	-3	-2	0			x	-5	-4	-3	-2		0	x	-5	-4	-3		-2	0			
19	x	0	1	2	4	6	2,85	20	x	-3	-1	0	1	2	-0,68	21	x	-5	-4	-3	-2	0	-3,46	y	1	4	4	0	4	y	1	3	3	3	-1	y	-2	3	4	4	-5
	x	-8	-7	-5	-3	-1			x	-8	-6	-4	-3	-2			x	-7	-6	-5	-3	-2			x	-7	-6	-5	-3		-2	x	-7	-6	-5		-3	-2			
22	x	-8	-7	-5	-3	-1	-6,17	23	x	-8	-6	-4	-3	-2	-7,68	24	x	-7	-6	-5	-3	-2	-5,59	y	-1	-1	2	2	-4	y	-2	1	3	-3	0	y	-1	-5	-1	0	2
	x	-1	0	2	4	5			x	0	2	4	5	7			x	-9	-8	-6	-5	-4			x	-9	-8	-6	-5		-4	x	-9	-8	-6		-5	-4			
25	x	-1	0	2	4	5	-0,33	26	x	0	2	4	5	7	0,13	27	x	-9	-8	-6	-5	-4	-8,73	y	0	2	-2	0	4	y	0	3	2	-3	-4	y	2	1	-2	3	-3
	x	-1	0	2	4	5			x	-5	-4	-3	-1	0			x	-3	-1	0	2	4			x	-3	-1	0	2		4	x	-3	-1	0		2	4			
28	x	-1	0	2	4	5	2,85	29	x	-5	-4	-3	-1	0	-3,43	30	x	-3	-1	0	2	4	-0,24	y	4	-5	4	3	3	y	1	-1	-1	-3	4	y	-1	-1	0	-4	-2

Задание 17.

Вычислить приближенное значение интеграла $\int_a^b f(x) dx$, используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом $h = 0.4$; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами $h = 0.4$ и $h = 0.2$; оценить погрешность последнего результата по формуле Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом $h = 0.4$.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b
1	$\sin(1/x)$	2,8	4,4	2	e^{-1/x^2}	4,2	5,8	3	$\cos(x\sqrt{x})$	4,9	6,5
4	$e^{\cos^2 x}$	0,8	2,4	5	$\cos \frac{1}{\sqrt{x}}$	3	4,6	6	$e^{\sin x}$	4,3	5,9
7	$e^{-0.1/x}$	4,3	5,9	8	$\frac{\arctg x}{x}$	4	5,6	9	$\sqrt[3]{x \sin x}$	3	4,6
10	$\frac{x^2 + 1}{x}$	0,6	2,2	11	$e^{-\cos x}$	1	2,6	12	$3 \sin(0.06x^3)$	4,4	6
13	$\sin(\arctg x)$	0,5	2,1	14	$\ln(1 + x^2)$	2,1	3,7	15	$e^{-0.02x\sqrt{x}}$	3	4,6
16	$\sqrt{1 + e^{-x}}$	3,7	5,3	17	$4 \cos(0.02x^3)$	2	3,6	18	$\sin(0.5x\sqrt{x})$	3,2	4,8
19	$\cos(1/x^2)$	1,3	2,9	20	$\sin(1/x^2)$	4,4	6	21	$e^{\sin^2 x}$	0,6	2,2
22	$\cos(1/x)$	4,4	6	23	$e^{\sin(1/x)}$	2,5	4,1	24	$e^{1/x}$	0,9	2,5
25	$e^{-0.2 \sin x}$	0,7	2,3	26	$2 \cos(0.2x^2)$	1	2,6	27	$e^{0.5x\sqrt{x}}$	3,2	4,8

Задание 22.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[t_0, T]$ с шагом $h = 0.2$: а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

N	f(t,y)	t_0	T	y_0	N	f(t,y)	t_0	T	y_0
1	$\frac{y}{t-2} + 2(t-2)e^{2t}$	0	1	0	2	$y \operatorname{ctg} t + 4t \sin t$	$-\pi/2$	$1 - \pi/2$	$-\pi^2/2$
3	$-2yt + 2te^{-t^2}$	0	1	0	4	$2yt^2 + 4t^2$	0	1	-1
5	$-y \operatorname{tg} t + 2t \cos t - \cos t$	0	1	1	6	$\frac{y}{t-1} + 3(t-1)e^{3t}$	-1	0	$-2e^{-3}$
7	$y \operatorname{ctg} t + 2 \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	π	8	$-y \operatorname{tg} t + \cos^2 t e^{\sin t}$	0	1	0
9	$y \operatorname{ctg} t + \sin^2 t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0	10	$-y \operatorname{tg} t + \sin 2t e^{-\cos t}$	0	1	2
11	$-\frac{3y}{t} + \frac{6}{t^2} - 5t$	1	2	2	12	$6t - \frac{y}{t}$	1	2	4
13	$\frac{y}{t+2} + (t+2)^2$	0	1	4	14	$\frac{y}{t+1} + t + 1$	1	2	0
15	$-\frac{y}{t} - \frac{\sin t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$4/\pi$	16	$y \cos t + e^{\sin t}$	0	1	1
17	$-\frac{2y}{t} + \frac{2}{t^2} + 4t$	1	2	3	18	$3yt^2 + 6t^2$	0	1	1
19	$4yt + e^{2t^2}$	0	1	0	20	$-y \operatorname{tg} t + 3 \cos t$	0	1	1
21	$-\frac{y}{t} + \frac{\cos t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0	22	$-y \operatorname{tg} t + 2t \cos t$	0	1	2
23	$-\frac{y}{t \ln t} + \frac{2t}{\ln t}$	e	$e + 1$	e^2	24	$\frac{6}{t^2} + \frac{2y}{t}$	1	2	0
25	$\frac{y}{t} + t \cos t + t$	π	$\pi + 1$	π^2	26	$\frac{y}{t} + \frac{2}{t^2} + 3t$	1	2	-1
27	$-y \sin t + 4 \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	2	28	$-y \operatorname{tg} t + \frac{1}{\cos t}$	0	1	0
29	$\frac{y}{t \ln t} + 2t \ln t$	e	$e + 1$	$2e^2$	30	$-y + e^{-t}$	0	1	1

Задание 25.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$ с шагами $h_1 = 1/3$, $h_2 = 1/6$ и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить графики полученных приближенных решений.

N	$q(x)$	$f(x)$	y_0	y_1
1	$1/(1+x)$	$x/(1+x)$	0	1
2	$1/4$	$((\pi^2 + 1)/4) \sin(\pi(x+1)/2)$	1	0
3	$\pi^2/16$	$(\sqrt{2}\pi^2/8) \sin(\pi x/4)$	0	2
4	5	e^{2x}	1	e^2
5	e^x	$xe^{2x} - 2e^x$	0	$1 + e$
6	$1/(1+x)$	$-1/(1+x) + \ln(1+x) - 1$	0	$\ln 4 - 2$
7	1	$5 \sin 2x$	0	$\sin 2$
8	$4/(1+x)^2$	$2/(x+1)^3$	1	$1/2$
9	$3/(4(1+x)^2)$	$1/(1+x)^{3/2}$	1	$\sqrt{2}$
10	$3/(2-x)^2$	$1/(2-x)^3$	$1/2$	1
11	$1+x$	$3x+3$	3	3

N	$q(x)$	$f(x)$	y_0	y_1
12	$1+x$	$(1+x)^2$	1	2
13	x	$2+x^2-x^3$	0	0
14	6	$6(1-x+x^3)$	1	2
15	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \cos(\pi(2x-1)/3)$	1/2	1/2
16	π	$\pi \operatorname{tg}(\pi x/4) (1 - \operatorname{tg}^2(\pi x/4)) / 2$	0	1
17	$3+x$	$6-x-x^2$	2	1
18	1/2	$e^{x/2}/4$	1	\sqrt{e}
19	$7\pi^2/16$	$\pi^2 \cos(\pi x/4)$	2	$\sqrt{2}$
20	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \sin(\pi x/2)$	0	1
21	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \cos(\pi x/2)$	1	0
22	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \sin(\pi(4x+1)/6)$	1/2	1/2
23	x^2	$(x^2-1)e^{-x}$	1	1/e
24	$1-x$	$1-x^2$	1	2
25	$2\pi^2$	$3\pi^2 \sin(\pi x)$	0	0
26	2	$2+2x$	1	2
27	$2x+1$	$2xe^{2x-1}$	1/e	e
28	1/2	$2x+x^2/2$	4	9
29	$x+1$	xe^x	1	e
30	$2/(1+x)^2$	$2x/(x+1)^2$	1	3/2

Задание 27.

Найти приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), & a < x < b, \quad 0 < t \leq T, \\ u(a, t) = g_1(t), \quad u(b, t) = g_2(t), & 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & a \leq x \leq b, \end{cases}$$

используя явную разностную схему. Взять $h = (b-a)/10$, шаг τ выбрать из условия устойчивости. Изобразить графики зависимости приближенного решения от x при $\tau = 0, 2\tau, 4\tau, \dots T$.

N	a	b	k	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
1	0	2	1	0	0	0	x
2	0	2	0.5	1	e^{-t}	e^{-5t}	2
3	0	2	1	1	e^{10t}	e^t	0
4	0	1	0.5	0	0	$10t$	t
5	0	1	0.2	$(1-x)^2$	1	0	xe^{-t}
6	0	1	0.1	x	$2 \sin t$	$\cos t$	0
7	0	1	1	$ x-0.5 $	0.5	0.5	0
8	0	1	1	1	1	1	1
9	0	1	1	x^3	$\sin t$	$\cos t$	0
10	0	1	0.4	1	1	1	$\cos t$
11	0	1	0.1	x^2	0	1	t
12	-1	1	2	x^2	1	1	0

N	a	b	k	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
13	0	1	0.5	$x - x^2$	$1 - e^{-t}$	t	0
14	0	1	0.5	0	0	0	$\sin(\pi x)e^{-t}$
15	0	2	2	0	0	$10t$	1
16	0	1	0.2	x^3	$-\sin t$	$\cos t$	0
17	-1	1	0.2	0	0	0	$1 - x^2$
18	0	2	1	1	e^{-5t}	$\cos t$	1
19	0	1	0.5	1	e^{-t}	e^{-10t}	2
20	-1	1	0.5	x^2	1	1	x
21	0	1	0.2	$\sin x$	0	$\sin(1 + 2t)$	$1 - x$
22	0	1	0.2	$1 - x^2$	1	0	0
23	0	1	0.4	x	0	1	1
24	0	1	2	0	0	$\sin(10t)$	$x(1 - x)$
25	0	2	1	$\sin x$	0	$\sin 2$	$2 - x$
26	-1	1	0.5	$1 - x^2$	0	0	x
27	0	1	0.5	0	0	$e^{10t} - 1$	1
28	0	1	0.25	$(1 - x)^2$	e^{-t}	$1 - e^{-t}$	0
29	-1	1	1	$1 - x^2$	0	$5t$	0
30	0	1	0.5	1	$1 + t$	e^{-2t}	0