

**Задача 1.** Изменить порядок интегрирования  $\int_{1/4}^1 dy \int_{1/y}^4 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{y^2}^4 f(x, y) dx$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\int_1^4 dx \int_{1/x}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ ; 2)  $\int_1^4 dy \int_{1/y}^{\sqrt{x}} f(x, y) dx$ ; 3)  $\int_1^4 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ ;  
4)  $\int_{1/4}^1 dx \int_{\sqrt{x}}^x f(x, y) dy$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 2.** Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x - y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями  $y = 2 - x^2$ ,  $y = 2x - 1$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{64}{15}$ ; 2)  $\frac{8}{15}$ ; 3)  $\frac{128}{5}$ ; 4)  $\frac{1}{15}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 3.** Вычислить двойной интеграл  $\iint_D x dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями  $y^2 - 6y + x^2 = 0$ ,  $y^2 - 8y + x^2 = 0$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$ , перейдя к полярным координатам.

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{39}{2}$ ; 2)  $18\frac{1}{4}$ ; 3)  $18\frac{1}{2}$ ; 4)  $36\frac{1}{2}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 4.** Вычислить тройной интеграл  $\iiint_G \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$ , где  $G = \{1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 8\}$ , перейдя к сферическим координатам.

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{63\pi}{2}$ ; 2)  $126\pi$ ; 3)  $63\pi^2$ ; 4)  $63\pi$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 5.** Исследовать на сходимость интеграл  $\iint_{\mathbb{R}^2} \frac{dx dy}{(1+x^2+xy+y^2)^\alpha}$ .

*Варианты ответа:* 1) сходится, если  $\alpha \leq 1$ , расходится  $\alpha > 1$ ; 2) сходится, если  $\alpha > 1$ , расходится  $\alpha \leq 1$ ; 3) сходится, если  $\alpha \geq 0$ , расходится  $\alpha < 0$ ; 4) сходится, если  $\alpha > 0$ , расходится  $\alpha \leq 0$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 6.** Найти площадь области, ограниченной кривыми  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y^2 = 4 - 4x$ ,  $x < 1$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{6\pi+8}{9}$ ; 2)  $\frac{6\pi+8}{3}$ ; 3)  $6\pi^2 + 8$ ; 4)  $\pi^2 + 8$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 7.** Найти объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ,  $z = 2x$ ,  $z = 4x$ .

*Варианты ответа:* 1)  $2\pi$ ; 2)  $\pi$ ; 3)  $2\pi^2$ ; 4)  $\frac{2\pi}{3}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 8.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 + 3y + x^2 = 0$ ,  $y^2 + 5y + x^2 = 0$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$ , перейдя к полярным координатам.

*Варианты ответа:* 1)  $2\pi + 2$ ; 2)  $\pi + 2$ ; 3)  $\pi^2 + 2$ ; 4)  $2\pi + 5$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 9.** Найти площадь поверхности  $az = xy$ ,  $x^2 + y^2 \leq a^2$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{2\pi a^2(\sqrt{2}-1)}{3}$ ; 2)  $\frac{2\pi a^2(1-\sqrt{2})}{3}$ ; 3)  $\frac{2\pi a^2(\sqrt{2}-1)}{9}$ ; 4)  $\frac{\pi a^2(1-\sqrt{2})}{9}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 10.** Найти массу пластины  $D$  с поверхностной плотностью  $\mu = x^2 + y$ , где  $D$  ограничена линиями  $x = 1$ ,  $y = 0$ ,  $y = 2\sqrt{x}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{1}{7}$ ; 2)  $7$ ; 3)  $\frac{11}{7}$ ; 4)  $\frac{2}{7}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 11.** Найти объем тела, ограниченного поверхностями  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1 - x$ , с помощью тройного интеграла.

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{4}{15}$ ; 2) 1; 3)  $\frac{2}{15}$ ; 4) 3; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 12.** Найти массу тела с плотностью  $\mu = y^2 e^{-xy}$ , ограниченного поверхностями  $x = 0$ ,  $y = -2$ ,  $y = 4x$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{1}{e}$ ; 2)  $e$ ; 3)  $\frac{2}{e}$ ; 4)  $2e$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 13.** Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\Gamma} (x^2 + y^2)^n ds$  по плоской кривой  $\Gamma$  – окружность  $x^2 + y^2 = a^2$ .

*Варианты ответа:* 1)  $2\pi a^{2n+1}$ ; 2)  $\pi a^{2n+1}$ ; 3)  $2\pi a^{n+1}$ ; 4)  $2\pi a^{2n}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 14.** Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\Gamma} (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$  по замкнутой кривой  $\Gamma$ , пробегаемой так, что ее внутренность остается слева.  $\Gamma$  – окружность  $x^2 + y^2 = ax$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{\pi a^3}{4}$ ; 2)  $\frac{\pi a^2}{4}$ ; 3)  $-\frac{\pi a^3}{8}$ ; 4)  $-\frac{\pi a^3}{2}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 15.** Найти массу, распределенную с линейной плотностью  $\rho(x, y) = \frac{\sqrt{y+2}}{x}$  по дуге  $AB$  плоской кривой  $\Gamma$ , где  $\Gamma$  – отрезок  $AB$ ,  $A(1; 0)$ ,  $B(4; 6)$ .

*Варианты ответа:* 1)  $2\sqrt{5}$ ; 2)  $2\sqrt{10}$ ; 3)  $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ; 4)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 16.** Найти длину дуги плоской кривой  $y = 1 - \ln \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\ln(1 + \sqrt{2})$ ; 2)  $1 + \sqrt{2}$ ; 3) 1; 4)  $\ln \sqrt{2}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 17.** Найти работу поля  $F = (F_0, 0)$ ,  $F_0 = const$ , вдоль дуги астроида  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  от точки  $(a; 0)$  до точки  $(0; a)$ .

*Варианты ответа:* 1)  $-aF_0$ ; 2)  $-2a$ ; 3)  $3a$ ; 4)  $3aF_0$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 18.** Найти координаты центра масс, распределенных по плоской кривой  $\Gamma : x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$  с линейной плотностью  $\rho = 1$ .

*Варианты ответа:* 1)  $(\pi^2 a; \frac{4a}{3})$ ; 2)  $(\frac{2a}{3}; \pi a)$ ; 3)  $(3\pi a; \frac{4a}{3})$ ; 4)  $(\pi a; \frac{4a}{3})$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 19.** Вычислить поверхностный интеграл  $\iint_S (x^2 + y^2) dS$ ,  $S$  – поверхность конуса  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{\pi(1-\sqrt{2})}{2}$ ; 2)  $\frac{\pi(1+\sqrt{2})}{4}$ ; 3)  $\frac{\pi(1+\sqrt{2})}{2}$ ; 4)  $\frac{\pi(1-\sqrt{2})}{4}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 20.** Вычислить поверхностный интеграл  $\iint_S y dz dy$ ,  $S$  – внешняя сторона сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{\pi R^3}{3}$ ; 2)  $\frac{4\pi R^3}{3}$ ; 3)  $\frac{2\pi R^3}{3}$ ; 4)  $-\frac{8\pi R^3}{3}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 21.** Найти векторные линии векторного поля  $\vec{a} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $y = C_1x^{3/2}, z = C_2$ ; 2)  $x = C_1y^{3/2}, z = C_2$ ; 3)  $z = C_1x^{3/2}, y = C_2$ ; 4)  $y = C_1x^3, z = C_2$  5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 22.** С помощью теоремы Гаусса-Остроградского вычислить интеграл  $\iint_S (1+2x)dydz + (2x+3y)dzdx + (3y+4z)dx dy$ ,  $S$  – внутренняя сторона поверхности  $|x-y+z|+|y-z+x|+|z-x+y| = a$ ,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ .

*Варианты ответа:* 1) 0; 2)  $-3a^3$ ; 3)  $6a^2$ ; 4)  $2a$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 23.** Найти поток векторного поля  $\vec{a} = 2x\vec{i} + z\vec{k}$  через часть плоскости  $x + y + z = 1$ , расположенной в первой октанте (нормаль образует острый угол с осью  $OZ$ ).

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{1}{4}$ ; 2)  $\frac{1}{3}$ ; 3) 2; 4)  $\frac{1}{2}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 24.** Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a} = -x^2y\vec{i} + 4\vec{j} + x^2z\vec{k}$  вдоль замкнутого контура  $x = 2\cos t, y = 2\sin t, z = 4$  ( $t \in [0; 2\pi]$ ).

*Варианты ответа:* 1)  $5\pi^2$ ; 2)  $\frac{3\pi}{2}$ ; 3)  $18\pi$ ; 4)  $9\pi$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 25.** Найти модуль циркуляции векторного поля  $\vec{a} = x^2z\vec{i} - y\vec{j} + y\vec{k}$  вдоль замкнутого контура  $\Gamma : z = 3(x^2 + y^2) - 1, z = 2$  (по формуле Стокса).

*Варианты ответа:* 1) 1; 2)  $2\pi$ ; 3)  $3\pi$ ; 4) 0; 5) ответы 1) – 4) неверны.