

Для задачи должна быть вычерчена схема, приведено условие и численные значения параметров. Все величины: сопротивления, напряжения и т.п., буквенные обозначения которых применяются в ходе решения, должны быть показаны на схеме. В пояснительной записке должен быть указан порядок решения задачи, записаны расчётные формулы, показано, какие числа в них подставляются.

При решении следует пользоваться международной системой единиц СИ. В промежуточных формулах наименование единиц не указывается. В окончательных формулах и в окончательных цифровых результатах обязательно следует указать единицы измерения, в которых получен ответ.

При расчётах следует ограничиваться точностью в четыре значащие цифры. При построении графиков необходимо привести таблицы расчётов значений функций и пример расчёта. На графике должны быть отмечены расчётные точки с численными метками вдоль осей, указаны масштабы по осям координат.

Графики рекомендуется рассчитывать на ПК, используя любую из программ: Mathcad, FASTMEAN DEMO, Electronics Workbench и другие.

## 2. Расчёт LC-фильтра

### 2.1. Содержание задания

Расчитать двусторонне нагруженный LC-фильтр, полагая, что его элементы имеют пренебрежимо малые потери.

Тип фильтра - фильтр верхних частот (ФВЧ), вид характеристики ослабления фильтра - фильтр с характеристикой Баттерворта.

Исходные данные для расчёта ФВЧ с характеристикой Баттерворта приведены в табл. 2.1

Таблица 2.1

$f_0$ , кГц	10
$f_b$ , кГц	5,4
$a_0$ , дБ	25,5

$a_0$  – минимально допустимое рабочее ослабление (затухание) в полосе задерживания;

$f_0$  – граничная частота полосы пропускания для ФВЧ;

$f_k$  – граничная частота полосы задерживания для ФВЧ.

НЕРАВНОМЕРНОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОСЛАБЛЕНИЯ ФИЛЬТРА В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ  $\Delta\alpha$  ДОЛЖНА СОСТАВЛЯТЬ: у ФИЛЬТРОВ С ХАРАКТЕРИСТИКОЙ БАТТЕРВОРТА 3 дБ.

Величину внутреннего сопротивления генератора на входе фильтра принять равной  $R_1 = 300$  Ом, величина нагрузочного сопротивления  $R_2$  определяется при расчёте фильтра.

В результате решения задачи 2 требуется: привести схему фильтра и таблицу значений параметров его элементов, привести качественную характеристику ослабления фильтра, рассчитать ослабление на границе полосы задерживания, составить пояснительную записку с ясным изложением процедуры расчёта фильтра.

## 2.2. Указания к решению задачи 2

[1, с.444–453; 459–462; 466–484; 2, с.443–454; 457–462; 464–468]

### 2.2.1. Подготовка к решению задачи

Прежде чем приступить к решению задачи, необходимо изучить соответствующие разделы курса, изложенные в [1,2].

Под рабочим ослаблением четырёхполюсника, включённого между генератором с внутренним сопротивлением  $R_1$  и нагрузочным сопротивлением  $R_2$  (рис. 2.1), понимают величину, определяемую соотношением

$$\alpha_{\text{рвб}} = 20 \lg \frac{U_0}{U_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad (2.1)$$

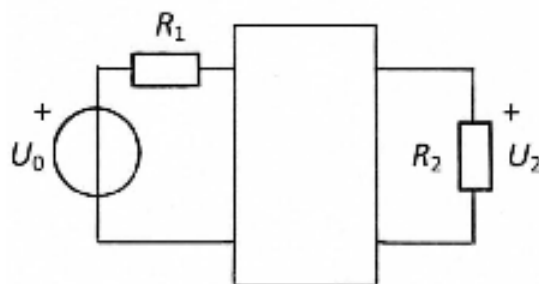


Рис. 2.1

Под электрическим фильтром понимают линейную цепь, пропускающую колебания одних частот с малым ослаблением, а колебания других частот – с большим ослаблением. Полосу частот, в которой ослабление мало, называют полосой пропускания, а полосу частот, в которой ослабление велико – полосой задерживания. В зависимости от расположения полос пропускания и задерживания различают фильтры нижних частот (ФНЧ), верхних частот (ФВЧ), полосовые (ПФ) и режекторные (РФ). Последние фильтры называют также заграждающими. В полосе пропускания ослабление фильтра не должно превосходить некоторой заданной величины  $\Delta a$ , а в полосе задерживания ослабление должно быть не меньше заданной величины  $a_0$ . Между полосами пропускания и задерживания располагается частотный интервал, называемый полосой перехода.



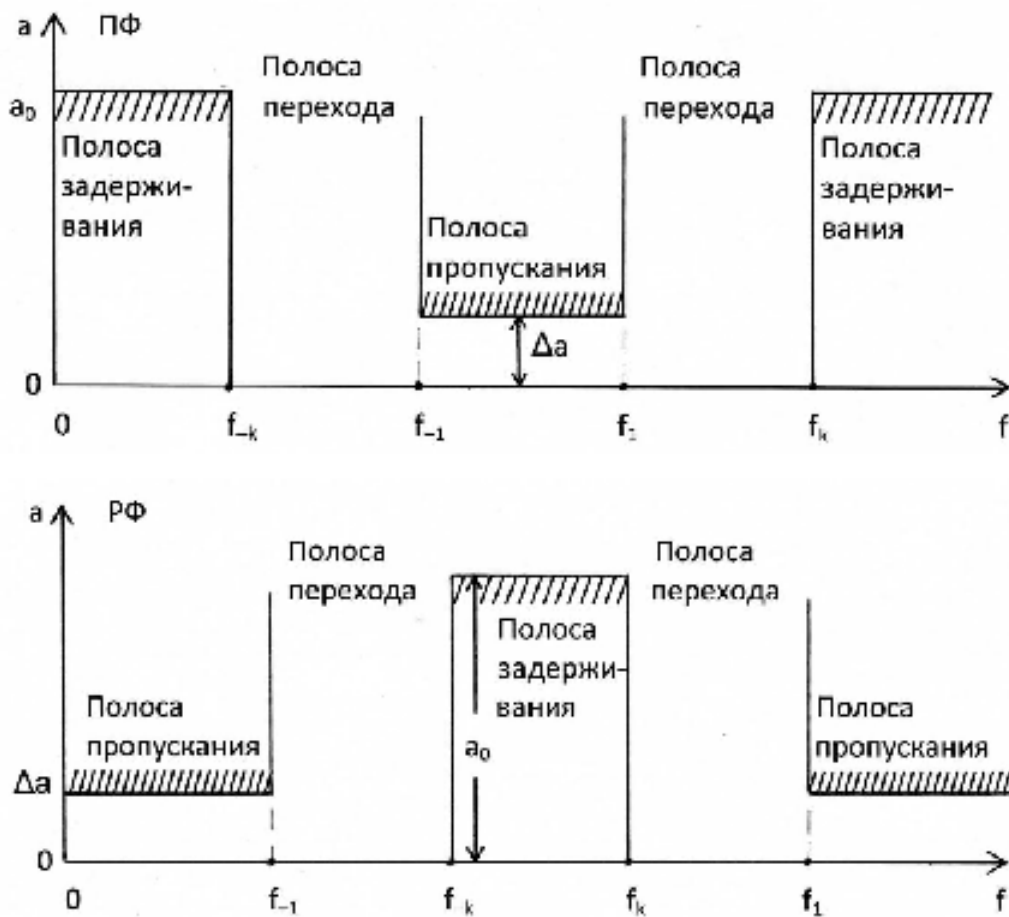


Рис. 2.2

На рис. 2.2 показаны требования, предъявляемые к ослаблению фильтров различных типов.

Под полиномиальным фильтром понимают цепь, у которой характеристика ослабления описывается полиномами (полиномом Баттерворта или полиномом Чебышёва). По виду характеристики ослабления в полосе пропускания различают фильтры с максимально плоской характеристикой (характеристикой Баттерворта) и с равноволновой характеристикой (характеристикой Чебышёва). На рис. 2.3 показаны максимально плоская и равноволновая характеристики ослабления полиномиального фильтра нижних частот третьего порядка (т.е. содержащего три реактивных элемента). Схема полиномиального ФНЧ третьего порядка представлена на рис. 2.4.

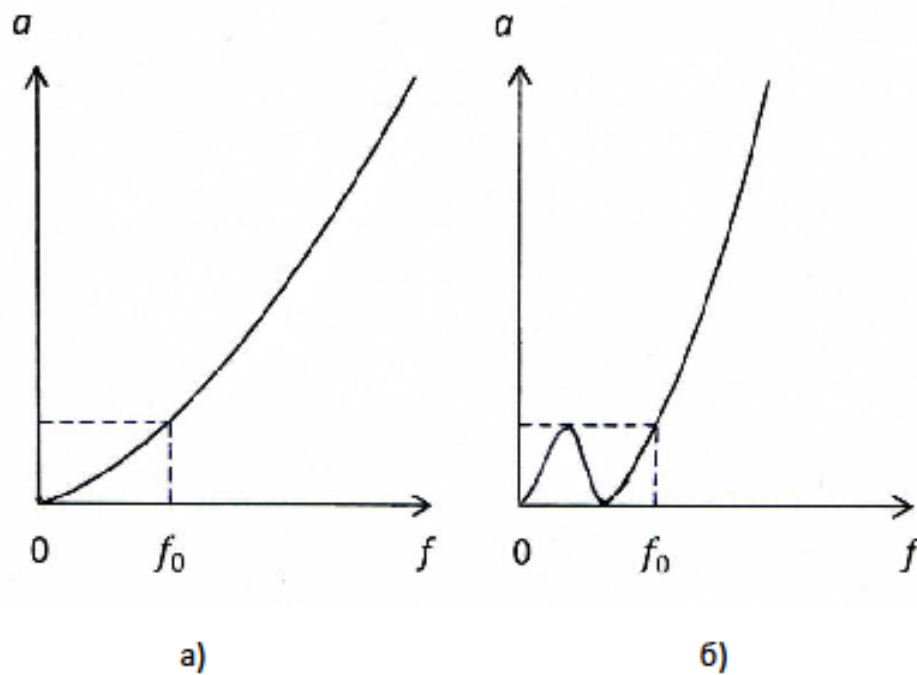


Рис. 2.3

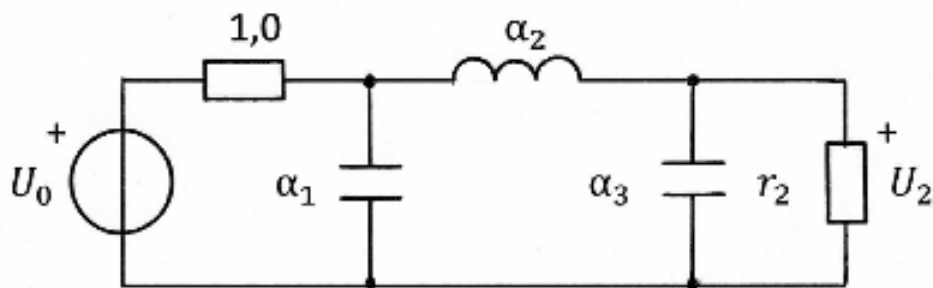
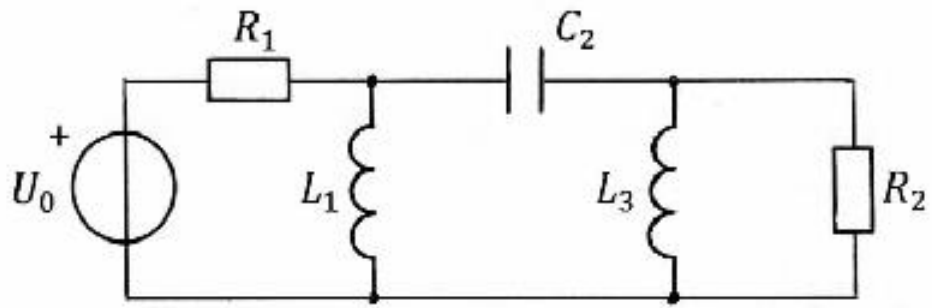
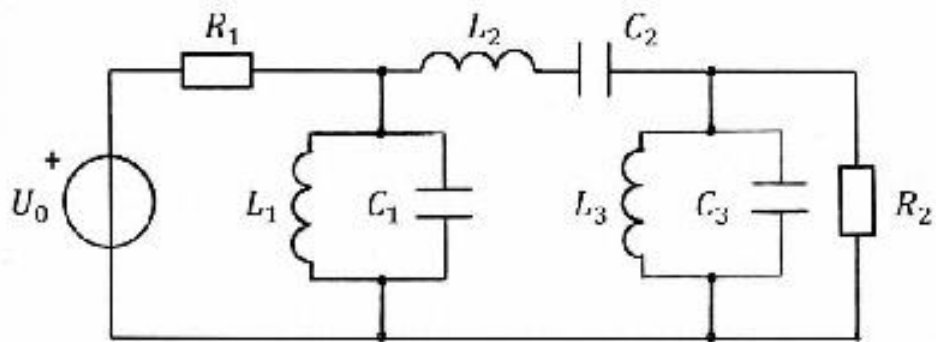


Рис. 2.4

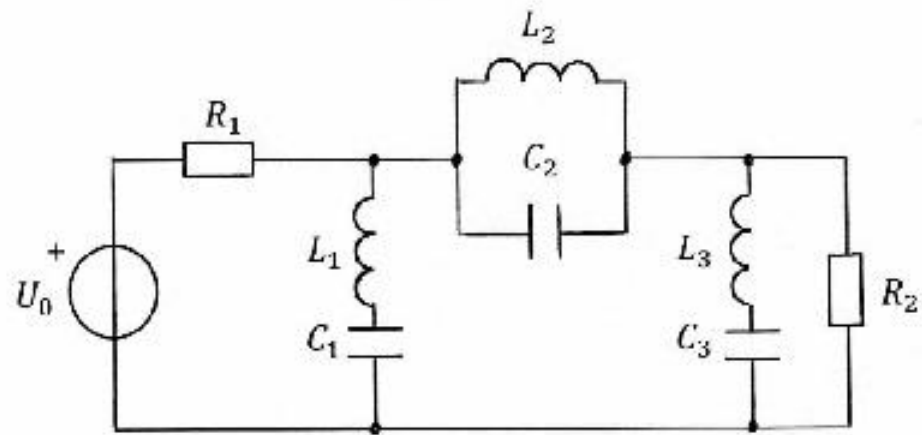
Схемы ФВЧ, ПФ и РФ могут быть получены в результате преобразования схемы соответствующего ФНЧ, называемого в таком случае фильтром-прототипом (ФПНЧ). На рис. 2.5,а-в показаны схемы соответственно ФВЧ, ПФ и РФ, полученные в результате преобразования ФПНЧ третьего порядка (рис. 2.4). При этом характеристики ослабления фильтров принимают вид, показанный на рис. 2.6 в случае максимально плоской характеристики и на рис. 2.7 – в случае равноволновой.



a)



б)



в)

Рис. 2.5

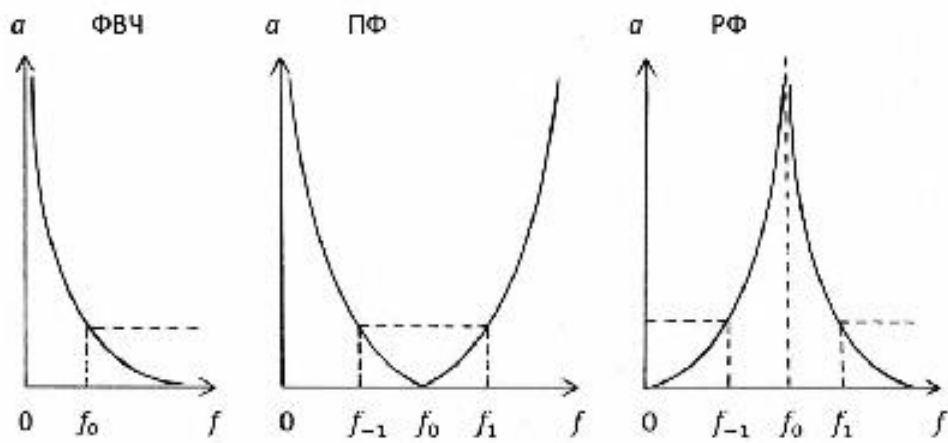


Рис. 2.6

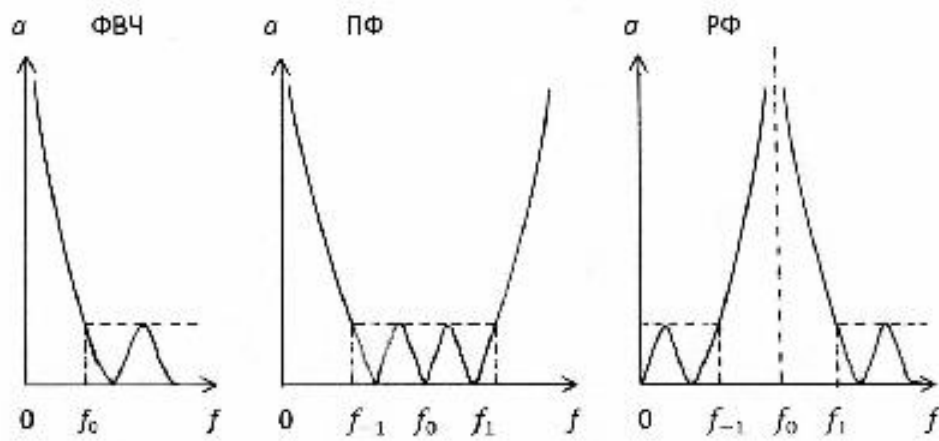


Рис. 2.7

### 2.2.2. Расчёт фильтра

При расчёте фильтра рекомендуется использовать метод, основанный на частотном преобразовании фильтра-прототипа нижних частот (ФПНЧ) [1, с.459; 2, с.447]. Ниже приводятся основные соотношения, которых следует придерживаться при выполнении расчёта по такой методике.

Прежде всего, следует определить порядок ФПНЧ, который для фильтров с характеристиками Баттерворта находится по формуле

$$n \geq \frac{a_0}{20 \lg \hat{\omega}_k} \frac{10 \lg(10^{0,1 \Delta a} - 1)}{\quad} \quad (2.2)$$

Для фильтров с характеристиками Чебышёва

$$n \geq \frac{a_0 + 6}{20 \lg(\hat{\omega}_k + \sqrt{\hat{\omega}_k^2 - 1})} \frac{10 \lg(10^{0,1 \Delta a} - 1)}{\quad} \quad (2.3)$$

В выражениях (2.2) и (2.3) нормированная граничная частота полосы задерживания ФПНЧ рассчитывается по формулам:

$$\hat{\omega}_k = \frac{f_k}{f_0} \quad (\text{ФНЧ}); \quad (2.4)$$

$$\hat{\omega}_k = \frac{f_0}{f_k} \quad (\text{ФВЧ}); \quad (2.5)$$

$$\hat{\omega}_k = k \left( \frac{f_k}{f_0} - \frac{f_0}{f_k} \right) \quad (\text{ПФ}); \quad (2.6)$$

$$\hat{\omega}_k = \left[ k \left( \frac{f_k}{f_0} - \frac{f_0}{f_k} \right) \right]^{-1} \quad (\text{РФ}), \quad (2.7)$$

где средняя частота  $f_0$  для ПФ и РФ

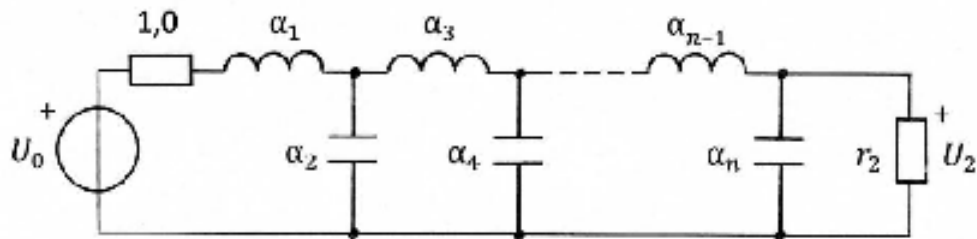
$$f_0 = \sqrt{f_{-1} \cdot f_1}; \quad (2.8)$$

$$k = \frac{f_0}{f_1 - f_{-1}}. \quad (2.9)$$

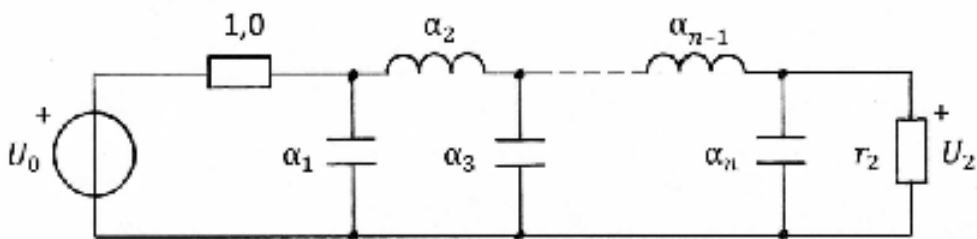
Тогда порядок ФПНЧ (т.е. число реактивных элементов, содержащихся в его схеме) равен величине  $n$ , округлённой до ближайшего большего целого числа.

Схемы ФПНЧ и нумерация их элементов в зависимости от порядка фильтра-прототипа приведены на рис. 2.8.





n – чётное



n – нечётное

Рис. 2.8

Значения параметров элементов ФПНЧ для различных заданных величин неравномерности характеристики ослабления в полосе пропускания  $\Delta\alpha$  приводятся в справочной литературе по фильтрам. Для частных случаев значения этих параметров приведены в табл. 2.7 и 2.8.

Параметры элементов проектируемого фильтра могут быть определены путём соответствующего пересчёта параметров элементов фильтра-прототипа нижних частот. Данные для пересчёта приведены в табл. 2.9 (расчёт выполнить с точностью до 4-х значащих цифр).

По табл. 2.9 видно, что для получения схемы ФВЧ достаточно в схеме ФПНЧ заменить каждую индуктивность ёмкостью, каждую ёмкость – индуктивностью. Схема ПФ образуется путём замены каждой индуктивности последовательным, а каждой ёмкости – параллельным LC-контуром. Для получения схемы РФ следует каждую индуктивность в схеме ФПНЧ заменить параллельным, а каждую ёмкость – последовательным LC-контуром.

Таблица 2.7

Элементы двусторонне нагруженного ФПНЧ с характеристикой  
Баттерворта при  $\Delta\alpha = 3$  дБ

$n$	8	7	6	5	4	3
$\alpha_1$	0,3902	0,4450	0,5176	0,6180	0,7654	1,0000
$\alpha_2$	1,1110	1,2470	1,4140	1,6180	1,8480	2,0000
$\alpha_3$	1,6630	1,8020	1,9320	2,0000	1,8480	1,0000
$\alpha_4$	1,9620	2,0000	1,9320	1,6180	0,7654	–
$\alpha_5$	1,9620	1,8020	1,4140	0,6180	–	–
$\alpha_6$	1,6630	1,2470	0,5176	–	–	–
$\alpha_7$	1,1110	0,4450	–	–	–	–
$\alpha_8$	0,3902	–	–	–	–	–
$r_2$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Таблица 2.8

Элементы двусторонне нагруженного ФПНЧ с характеристикой Чебышёва  
при  $\Delta\alpha = 1,25$  дБ



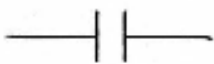



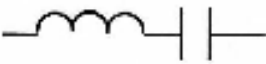
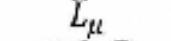



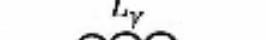
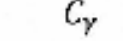
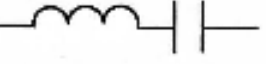
$n$	8	7	6	5	4	3
$\alpha_1$	2,3590	2,3510	2,3390	2,3190	2,2830	2,2060
$\alpha_2$	1,0570	1,0530	1,0460	1,0350	1,0110	0,9487
$\alpha_3$	3,3140	3,2970	3,2670	3,2040	3,0340	2,2060
$\alpha_4$	1,1170	1,1080	1,0890	1,0350	0,7610	–
$\alpha_5$	3,3520	3,2970	3,1400	2,3190	–	–
$\alpha_6$	1,1040	1,0530	0,7798	–	–	–
$\alpha_7$	3,1710	2,3510	–	–	–	–
$\alpha_8$	0,7865	–	–	–	–	–
$r_2$	3,0000	1,0000	3,0000	1,0000	3,0000	1,0000

Для вычисления номинальных значений параметров, т.е. значений соответствующих заданным величинам внутреннего сопротивления генератора  $R_1$  и частоты  $f_0$ , следует воспользоваться формулами:

$$L_i = \frac{\hat{L}_i R_1}{2\pi f_0}; \quad C_i = \frac{\hat{C}_i}{2\pi f_0 R_1}; \quad R_2 = r_2 R_1. \quad (2.10)$$

Таблица 2.9

## Преобразование элементов ФПНЧ в элементы фильтров

Элемент ФПНЧ	Элемент фильтра		Тип фильтра
$\alpha_\gamma$  $\alpha_\mu$ 	$\hat{C}_\gamma$  $\hat{L}_\mu$ 	$\hat{C}_\gamma = \frac{1}{\alpha_\gamma}$ $\hat{L}_\mu = \frac{1}{\alpha_\mu}$	ФВЧ
$\alpha_\gamma$  $\alpha_\mu$ 	$\hat{L}_\gamma$ $\hat{C}_\gamma$  $\hat{L}_\mu$  $\hat{C}_\mu$ 	$\hat{L}_\gamma = k\alpha_\gamma$ $\hat{C}_\gamma = \frac{1}{\hat{L}_\gamma}$ $\hat{C}_\mu = k\alpha_\mu$ $\hat{L}_\mu = \frac{1}{\hat{C}_\mu}$	ПФ
$\alpha_\gamma$  $\alpha_\mu$ 	$\hat{L}_\gamma$  $\hat{C}_\gamma$  $\hat{L}_\mu$ $\hat{C}_\mu$ 	$\hat{L}_\gamma = \frac{\alpha_\gamma}{k}$ $\hat{C}_\gamma = \frac{1}{\hat{L}_\gamma}$ $\hat{C}_\mu = \frac{\alpha_\mu}{k}$ $\hat{L}_\mu = \frac{1}{\hat{C}_\mu}$	РФ

### 2.3. Пример выполнения задачи 2

На рис. 2.9 показана схема ФПНЧ 4-го порядка. Допустим, характеристика ослабления этого фильтра носит равноволновой характер и, следовательно, согласно данным, приведённым в табл. 2.8, элементы двусторонне нагруженного ФПНЧ с характеристикой Чебышёва при  $\Delta a = 1,25$  дБ равны:

$$\alpha_1 = 2,283; \quad \alpha_2 = 1,011; \quad \alpha_3 = 3,034; \quad \alpha_4 = 0,7610; \quad r_2 = 3,000.$$

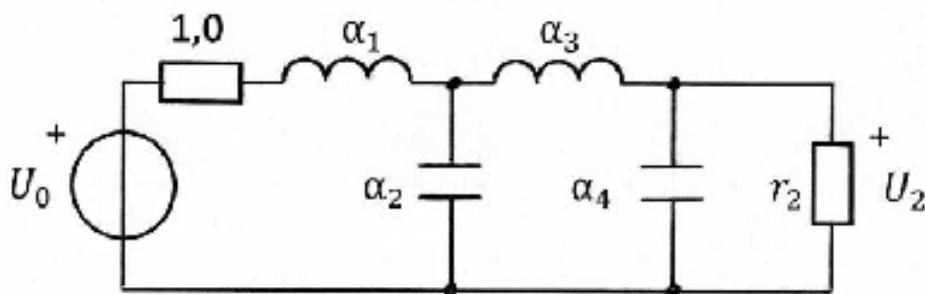


Рис. 2.9

Ориентировочная характеристика ослабления этого ФПНЧ приведена на рис. 2.10 (обратите внимание на то, что число максимумов и минимумов ослабления в полосе пропускания на единицу превосходит порядок фильтра, т.е.  $n+1 - 5$ ).

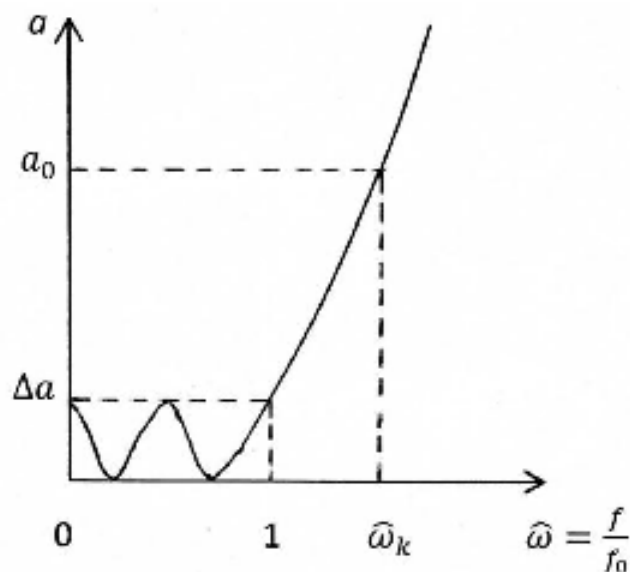


Рис. 2.10

Преобразуем данный ФПНЧ в фильтры различных типов: ФВЧ, ПФ и РФ. Тогда согласно соотношениям, приведённым в табл. 2.9, схема ФВЧ принимает вид, указанный на рис. 2.11, а значения параметров элементов фильтра на основании (2.10) вычисляются по формулам:

$$C_1 = \frac{\hat{C}_1}{2\pi f_0 R_1} = \frac{1}{\alpha_1 2\pi f_0 R_1}; \quad L_2 = \frac{\hat{L}_2 R_1}{2\pi f_0} = \frac{R_1}{\alpha_2 2\pi f_0};$$

$$C_3 = \frac{\hat{C}_3}{2\pi f_0 R_1} = \frac{1}{\alpha_3 2\pi f_0 R_1}; \quad L_4 = \frac{\hat{L}_4 R_1}{2\pi f_0} = \frac{R_1}{\alpha_4 2\pi f_0}.$$

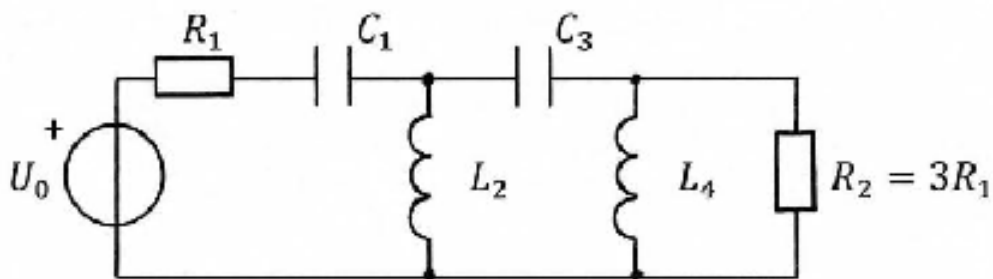


Рис. 2.11

Ориентировочная характеристика ослабления ФВЧ показана на рис. 2.12.

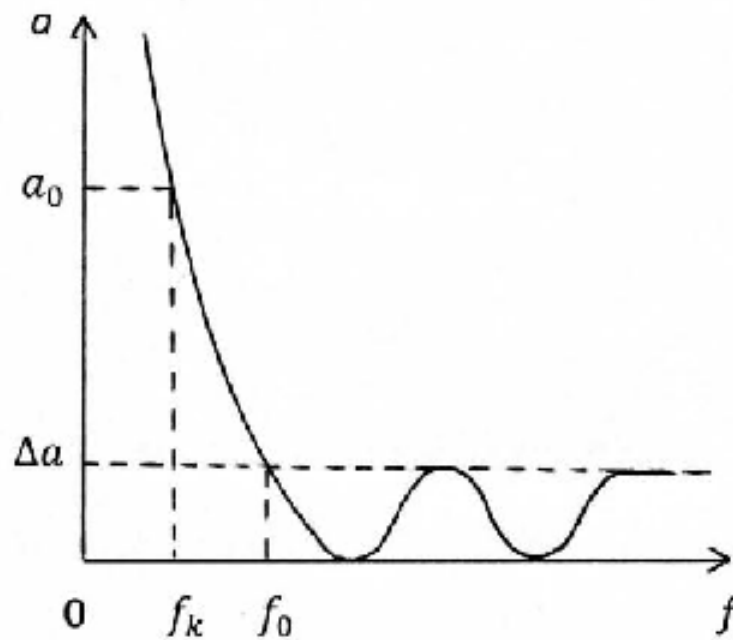


Рис. 2.12

Рассчитать ФВЧ с характеристикой Чебышёва при  $\Delta\alpha = 1,25$  дБ, если исходные данные для расчёта известны:

$$f_0 = 7,0 \text{ кГц}; \quad f_k = 2,0 \text{ кГц}; \quad \alpha_0 = 45,0 \text{ дБ}; \quad R_1 = 150 \text{ Ом}.$$

Расчётное значение  $n_{\text{расч}} = 3,336$ . После округления до ближайшего большего целого числа получим порядок ФПНЧ (т.е. число реактивных элементов, содержащихся в его схеме) равным 4. Значение  $\tilde{\omega}_k = 3,500$ .

Значения параметров элементов схемы ФВЧ Чебышёва 4-го порядка:

$$C_1 = 66,39 \text{ нФ}; \quad L_2 = 3,373 \text{ мГн}; \quad C_3 = 49,96 \text{ нФ}; \quad L_4 = 4,482 \text{ мГн};$$

$$R_1 = 150 \text{ Ом}; \quad R_2 = 450 \text{ Ом}.$$

Ослабление на границе полосы задерживания ФВЧ равно 56,1 дБ.

Число максимумов и минимумов в полосе пропускания ФВЧ равно 5.

Преобразование ФПНЧ в полосовой фильтр приводит к схеме, приведённой на рис. 2.13. Полагая, что значения  $R_2$ ,  $f_0 = \sqrt{f_{-1} \cdot f_1}$  и  $k = \frac{f_0}{f_1 - f_{-1}}$  известны, для вычисления параметров элементов схемы ПФ можно воспользоваться данными табл. 2.9 и формулами (2.10):

$$L_i = \frac{\hat{L}_i R_1}{2\pi f_0} = \frac{k\alpha_i R_1}{2\pi f_0}; \quad C_i = \frac{\hat{C}_i}{2\pi f_0 R_1} = \frac{1}{k\alpha_i 2\pi f_0 R_1}; \quad i = 1, 3;$$

$$L_j = \frac{\hat{L}_j R_1}{2\pi f_0} = \frac{R_1}{k\alpha_j 2\pi f_0}; \quad C_j = \frac{\hat{C}_j}{2\pi f_0 R_1} = \frac{k\alpha_j}{2\pi f_0 R_1}; \quad j = 2, 4.$$

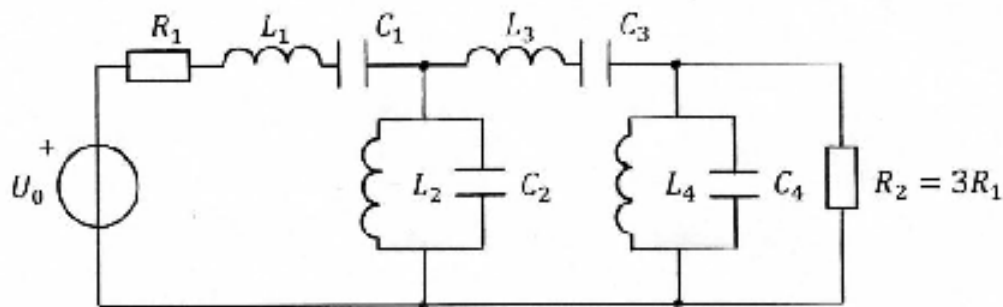


Рис. 2.13

Ориентировочная характеристика ослабления полосового фильтра приведена на рис. 2.14. Следует обратить внимание на то, что порядок ПФ вдвое превосходит порядок ФПЧ, поэтому число максимумов и минимумов в полосе пропускания ПФ оказывается равным  $2n+1 - 9$ .

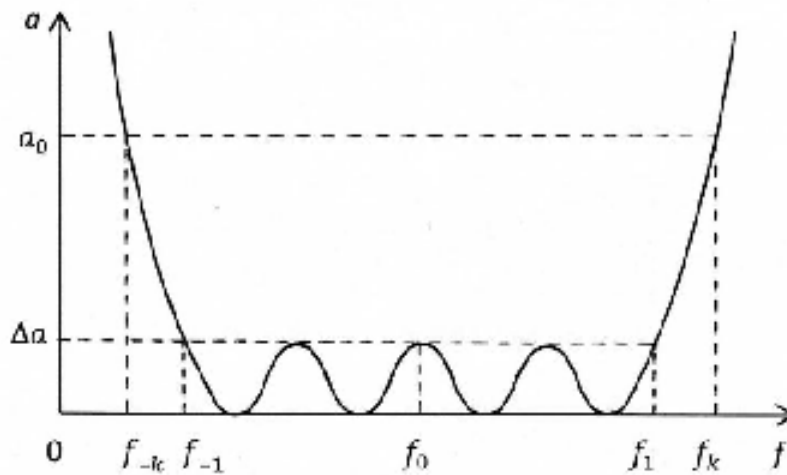


Рис. 2.14

На рис. 2.15 показана схема режекторного фильтра, полученного в результате преобразования ФПЧ 4-го порядка. Для вычисления параметров элементов схемы РФ следует воспользоваться данными табл. 2.9 и выражениям (2.10):

$$l_i = \frac{\hat{L}_i R_1}{2\pi f_0} = \frac{\alpha_i R_1}{k 2\pi f_0}; \quad C_i = \frac{\hat{C}_i}{2\pi f_0 R_1} = \frac{k}{\alpha_i 2\pi f_0 R_1}; \quad i = 1, 3;$$

$$l_j = \frac{\hat{L}_j R_1}{2\pi f_0} = \frac{k R_1}{\alpha_j 2\pi f_0}; \quad C_j = \frac{\hat{C}_j}{2\pi f_0 R_1} = \frac{\alpha_j}{k 2\pi f_0 R_1}; \quad j = 2, 4.$$

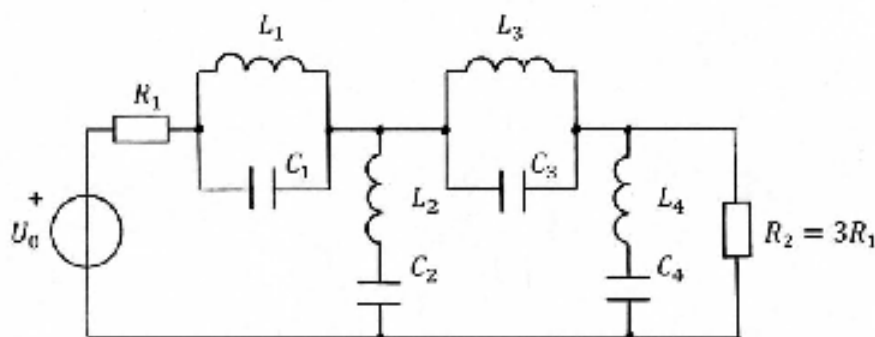


Рис. 2.15

Ориентировочная характеристика ослабления режекторного фильтра показана на рис. 2.16. Следует обратить внимание на то, что порядок РФ вдвое превосходит порядок ФПНЧ, поэтому число максимумов и минимумов в каждой полосе пропускания РФ равно  $n+1 - 5$ .

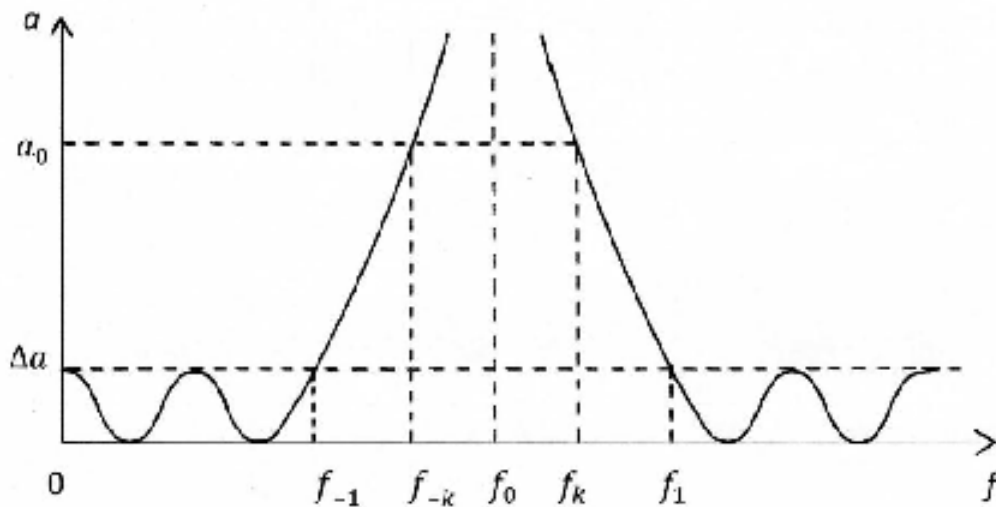


Рис. 2.16

**Рассчитать РФ с характеристикой Чебышёва** при  $\Delta a = 1,25$  дБ, если исходные данные для расчёта известны:

$$f_{-1} = 2,3 \text{ кГц}; \quad f_{-k} = 3,131 \text{ кГц}; \quad f_0 = 4,748 \text{ кГц}; \quad f_k = 7,2 \text{ кГц};$$

$$f_1 = 9,8 \text{ кГц}; \quad a_0 = 30,0 \text{ дБ}; \quad R_1 = 300 \text{ Ом}.$$

Расчётное значение  $n_{\text{расч}} = 3,843$ . После округления до ближайшего большего целого числа получим порядок ФПНЧ (т.е. число реактивных элементов, содержащихся в его схеме) равным 4. Порядок РФ равен  $2n = 8$ . Значение  $k = 0,6331$ ;  $\Omega_k = 1,8432$ .

Значения параметров элементов схемы РФ Чебышёва 8-го порядка:

$$L_1 = 36,27 \text{ мГн}; \quad C_1 = 30,98 \text{ нФ}; \quad L_2 = 6,297 \text{ мГн}; \quad C_2 = 170,4 \text{ нФ};$$

$$L_3 = 48,19 \text{ мГн}; \quad C_3 = 23,31 \text{ нФ}; \quad L_4 = 8,366 \text{ мГн}; \quad C_4 = 134,3 \text{ нФ};$$

$$R_1 = 300 \text{ Ом}; \quad R_2 = 900 \text{ Ом}.$$

Ослабление на границах полосы задерживания ФВЧ равно 31,7 дБ.



Число максимумов и минимумов в каждой полосе пропускания РФ равно 5.

Для расчёта ослабления  $\alpha_0$ , дБ на частоте  $f_k$  следует воспользоваться выражениями (2.2) и (2.3). Учитывая, что ослабление на частоте проектируемого фильтра равно ослаблению ФПЧ на частоте  $\omega_k$ , расчёт следует вести по формулам:

для фильтра с характеристикой Баттерворта

$$\alpha_0 = 20n \cdot \lg \tilde{\omega}_k + 10 \cdot \lg(10^{0,1\Delta\alpha} - 1), \quad (2.11)$$

для фильтра с характеристикой Чебышёва

$$\alpha_0 = 20n \cdot \lg \left( \tilde{\omega}_k + \sqrt{\tilde{\omega}_k^2 - 1} \right) - 6 + 10 \cdot \lg(10^{0,1\Delta\alpha} - 1). \quad (2.12)$$