

**Контрольная работа № 4 по теме
«Дифференциальные уравнения»**

Вариант 0

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' - \frac{y}{x} = x$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} z' = 5z - 3y, \\ y' = 3z - y \end{cases}$ методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' - 8x' + 16x = e^{4t}$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$.

Вариант 1

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$x\sqrt{1+y^2} + y \cdot y' \sqrt{1+x^2} = 0.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $y' = \frac{x+y}{x-y}$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' - \frac{1}{x+2}y = x^2 + 2x$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' - 6y' + 9y = e^x$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = z - 2y, \\ z' = 4z - 5y \end{cases}$$
 методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' + 4x' - 5x = 8\cos t$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = x'(0) = 0$.

Вариант 2

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\sqrt{3 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' + \frac{1}{x}y = \sin x$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' + 7y' + 12y = \sin x$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = z - y, \\ z' = y - z \end{cases}$$
 методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $2x'' + x' - x = 2e^t$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = x'(0) = 0$.

Вариант 3

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' + \frac{1}{2x}y = x^2$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' + y = \cos 2x$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = z + 2y, \\ z' = 3z + 2y \end{cases}$$
 методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' - 2x' - 3x = 2t$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = x'(0) = 0$.

Вариант 4

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$x\sqrt{5+y^2}dx + y\sqrt{4+x^2}dy = 0.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' - \frac{2x-5}{x^2}y = 5$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' - 4y' + 8y = \sin 2x$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = -y - 2z, \\ z' = y + z \end{cases}$$
 методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' - 6x' + 9x = -12t$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = x'(0) = 0$.

Вариант 5

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$y\sqrt{4 + e^x} dy - e^x dx = 0.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $y' = (x^2 + xy - y^2)/(x^2 - 2xy)$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' - \frac{1}{x}y = -\frac{12}{x^3}$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' + y' - 2y = e^x$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = 4y + 3z, \\ z' = y + 2z \end{cases}$$
 методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' + x = \sin 3t$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = x'(0) = 0$.

Вариант 6

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$2xdx - 2xydy = x^2ydy - 2xy^2dx.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $xy' = (3y^3 + 10yx^2)/(2y^2 + 5x^2)$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' + \frac{2}{x}y = x^3$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' - 4y' - 5y = x^2$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = y - 4z, \\ z' = -y + z \end{cases}$$
 методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' + 4x = t$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = 1, x'(0) = 0$.

Вариант 7

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$y \ln y + xy' = 0.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' - \frac{2x}{1+x^2}y = 1 + x^2$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' - y' = 2(1-x)$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = 5y - 2z, \\ z' = y + 7z \end{cases}$$
 методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' - 2x' + x = \cos t$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = x'(0) = 0$.

Вариант 8

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$(1 + e^x) \cdot y' = ye^x.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $y' = (x^2 + xy - 3y^2)/(x^2 - 4xy)$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение $y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1$.

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $2y'' + y' - y = 2e^x$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = -y + 2z, \\ z' = -y + z \end{cases}$$

методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' - 3x' + 2x = \sin t$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = x'(0) = 0$.

Вариант 9

Задача № 1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\sqrt{1-x^2} y' + xy^2 + x = 0.$$

Задача № 2. Решить однородное дифференциальное уравнение $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$.

Задача № 3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение

$$y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^2 e^x.$$

Задача № 4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' + 36y = 6 \sin 6x$ методом вариации произвольных постоянных и методом неопределенных коэффициентов.

Задача № 5. Найти общее решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} y' = -5y - z, \\ z' = 8y + 3z \end{cases}$$
 методом сведения к одному уравнению.

Задача № 6. Для уравнения $x'' + 5x' + 6x = t^2$ операционным способом решить задачу Коши с начальными условиями $x(0) = 0$, $x'(0) = 2$.