Контрольная по теории вероятности
Вариант 4
№1
На сборку поступают детали с двух автоматов. Первый дает в среднем 0,2% брака, второй – 0,1%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 2000 деталей, а со второго – 3000.
Решение:
Пусть A – событие, состоящее в попадании в сборку бракованной детали;
H1 – деталь поступила с 1 автомата (p(A/H1) = 0,002);
H2 – деталь поступила со 2 автомата (p(A/H2) = 0,001).
Вероятность того, что деталь поступила с первого автомата, найдем по формуле классической вероятности:

Вероятность того, что деталь поступила со второго автомата:

По формуле полной вероятности найдем вероятность события A:
Ответ: 0,14%.
№2
Контролю подлежит 250 деталей, из которых 5 – нестандартных. Какова вероятность того, что наудачу взятая для контроля деталь окажется: а) нестандартной; б) стандартной. Решить, пользуясь лишь определением вероятности.
Решение:
Вероятностью события A называется отношение числа исходов, благоприятствующих A, к общему числу исходов.
Пусть событие A состоит в том, что взятая наудачу деталь окажется нестандартной. Тогда, по определению вероятности:
.
Пусть событие B состоит в том, что взятая наудачу деталь окажется стандартной. Тогда:
.
Ответ: a) 2%; б) 98%.
№3
Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 50. Найти вероятность того, что взятый наудачу студентом билет, содержащий два вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов. Решить, пользуясь лишь определением вероятности.
Решение:
Пусть A – событие, состоящее в том, что взятый наудачу студентом билет, содержащий два вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов. Тогда вероятность того, что студент знает ответ на первый вопрос:
.
Найдем вероятность того, что студент знает ответ на 2 вопрос, при условии того, что он знал ответ на первый, т.е. всего осталось 59 вопросов и на 49 из них студент знает ответ:
.
Таким образом, вероятность события A:

Ответ: 69,21%.
№4
Количество воды, необходимое в течение суток предприятию для технических нужд, является случайной величиной, математическое ожидание которой равно 125 м3. Оценить вероятность того, что в ближайшие сутки расход воды на предприятии превысит 500 м3.
Решение:
Пусть случайная величина X – расход воды в течении суток. По условию M(X) = 125. Поскольку случайная величина X неотрицательна, то, применяя неравенство Чебышева для r = 1, получаем:
.
Таким образом,
.
Следовательно,
.
Ответ: оцениваемая вероятность не менее 75%.
№5
Вычислить вероятность всех возможных появлений герба при пяти бросаниях монеты. Построить график этого распределения. Как оно называется? Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины.
Решение:
Вероятность выпадения герба при одном броске равна вероятности противоположного события (выпадения решки) и равна 0,5. Число выпадений герба является случайной величиной и может принимать следующие значения: 0,1,2,3,4 и 5. Составим ряд распределения вероятности случайной величины. Вероятности рассчитываются по формуле Бернулли:
.
В нашем случае n = 5, k = 0,1,…,5, p = q = 0,5.

xi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
pi | 0,03125 | 0,15625 | 0,3125 | 0,3125 | 0,15625 | 0,03125 |
Построим график данного распределения:

Данное распределение называется нормальным.
Найдем математическое ожидание:

Найдем дисперсию:

Ответ: возможные вероятности выпадения герба: 0,03125; 0,15625; 0,3125; математическое ожидание M(X) = 2,5; дисперсия D(X) = 1,25.
№6
При приеме партии изделий подвергается проверке половина изделий. Условие приемки – наличие брака в выборке менее 2%. Найти вероятность того, что партия из 100 изделий, содержащая 5% брака, будет принята.
Решение:
Для проверки берется 100/2 = 50 изделий, при этом для приема должно быть не более 50∙0,02 = 1 бракованной детали. Применим теорему Лапласса (n независимых испытаний с вероятностью появления события p вероятность того, что событие наступит не менее k и не более m раз равна

где Ф(.) – затабулированная функция Лапласа), в которой положим p = 0,05 ; q = 1 – 0,05 = 0,95.
Ответ: ≈11%.
№7
Два лица договорились встретиться в определенном месте между 10 и 11 часами и договорились, что пришедший первым ждет другого в течение 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность их встречи, если приход каждого в течение указанного времени может произойти в любое время и моменты их ухода независимы.
Решение:
Обозначим время прихода первого лица через x, а второго – через y. Тогда точка с координатами (x,y) будет случайной точкой в квадрате на плоскости Oxy.

Опыт завершается встречей, если выполняется условие . Множество таких точек, исходя из того, что 15 минут – это ¼ часа:

Вероятность встречи находим как отношение «благоприятной» площади ко всей площади квадрата. Для начала найдем площадь закрашенной части, вычтя из общей площади, площади двух треугольников:
.
Таким образом, вероятность встречи:

Ответ: 43,75%.
№8
Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Найти вероятность 100 попаданий из 320 выстрелов.
Решение:
Применим теорему Муавра-Лапласа. Эта теорема дает приближенную формулу для вычисления вероятности появления события А в схеме повторных испытаний, когда нужно вычислить появление события А ровно k раз из n испытаний.
,
где , .
По условию задачи n = 320, k = 100, р = 0,4, тогда q = 0,6. Вычислим x:

По таблице, учитывая четность функции, найдем

Тогда искомая вероятность равна

Ответ: 0,03%.
№9
Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Найти вероятность того, что среди 10 деталей окажется не более одной стандартной.
Решение:
Пусть A – событие, состоящее в том, что среди 10 деталей окажется не более одной стандартной детали.
Найдем эту вероятность с помощью формулы Бернулли, при этом n = 10, k = 0 и 1, p = 0,9, q = 1–0,9 = 0,1.
.
Ответ: 9,1∙109.
№10
В классе имеется 12 компьютеров. Вероятность того, что компьютер будет занят студентами в течение дня равна 0,8. Найти вероятность нормальной работы компьютерного класса в ближайший день, если для этого необходимо, чтобы были заняты не менее восьми компьютеров.
Решение:
Пусть A – событие состоящее в том, что будет занято хотя бы 8 компьютеров.
Вероятность занятия студентами компьютеров – события независимые. Поэтому воспользуемся формулой Бернулли:
.
В нашем случае n = 12, k = 8, 9, 10, 11, 12, p = 0,8. По формуле полной вероятности, вероятность A:

Ответ: 92,74%.