

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Федеральное Государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего профессионального
образования
**Московский технический университет связи и
информатики**

Методические указания по решению задач по курсу
«ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»
в Mathcad
Направление подготовки 220700
«Автоматизация технологических процессов и производств»
Раздел «Кинематика»

II. КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Задание К-4.
**КИНЕМАТИКА ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ
ТВЕРДОГО ТЕЛА**

Плоская фигура (рис. К4.1), на которой отмечены точки A , B и C , движется в плоскости x_0y_0 неподвижной глобальной системы координат Ox_0y_0 .

С фигурой связана локальная система координат Ax_1y_1 , которая имеет начало в точке A . Движение плоской фигуры вместе с локальной системой координат Ax_1y_1 определяется уравнениями движения полюса A $x_{0A} = x_{0A}(t)$, $y_{0A} = y_{0A}(t)$ и уравнением $\varphi_{0A} = \varphi_{0A}(t)$ вращения фигуры вокруг этого полюса. Локальные координаты точек B и C определяются по чертежу.

В задании требуется:

1) вычислить матрицы глобальных координат точек A , B и C при $t = t_0$ и при $t = t_1$;

2) вычислить матрицы и модули скоростей точек A , B и C в глобальных осях при $t = t_1$, а также матрицу глобальных координат мгновенного центра скоростей при $t = t_1$;

3) вычислить матрицы и модули ускорений точек A , B и C в глобальных осях при $t = t_1$, а также матрицу глобальных координат мгновенного центра ускорений при $t = t_1$.

По результатам вычислений требуется:

1) построить начальное положение фигуры и точек A , B и C в глобальной системе координат (при $t = t_0$);

2) построить конечное положение фигуры и точек A , B и C в глобальной системе координат (при $t = t_1$);

3) построить векторы скоростей точек A , B и C , а также найти положение мгновенного центра скоростей P в глобальной системе координат при $t = t_1$;

4) построить в интервале времени $[t_0, t_2]$ графики изменения модулей скоростей точек A , B и C , а также геометрическое место последовательных положений мгновенного центра скоростей (центроиду);

5) построить векторы ускорений точек A , B и C и найти положение мгновенного центра ускорений Q в глобальной системе координат при $t = t_1$;

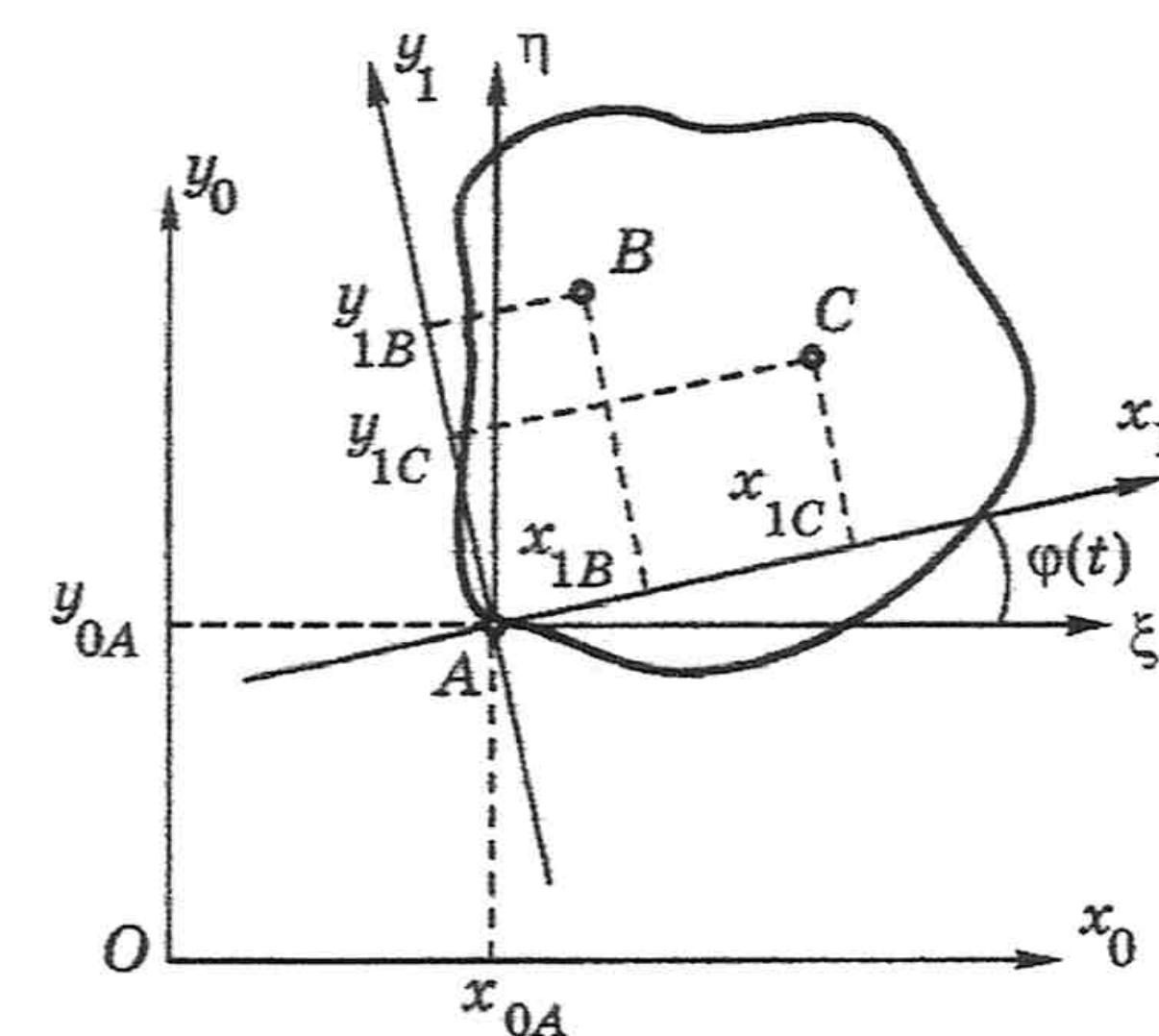


Рис. К4.1

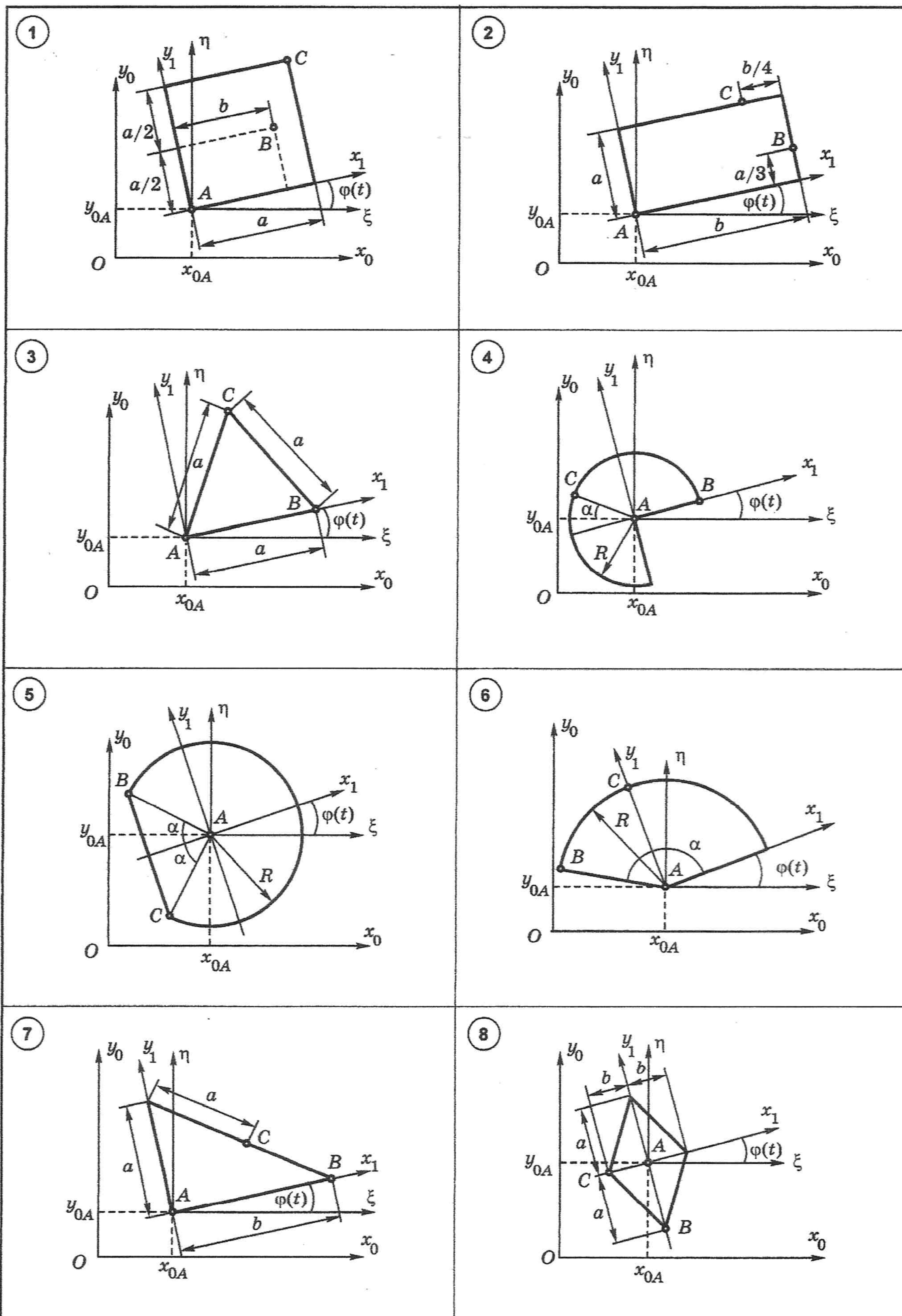
6) построить в интервале времени $[t_0, t_2]$ графики изменения модулей ускорений точек A, B и C, а также геометрическое место последовательных положений мгновенного центра ускорений.

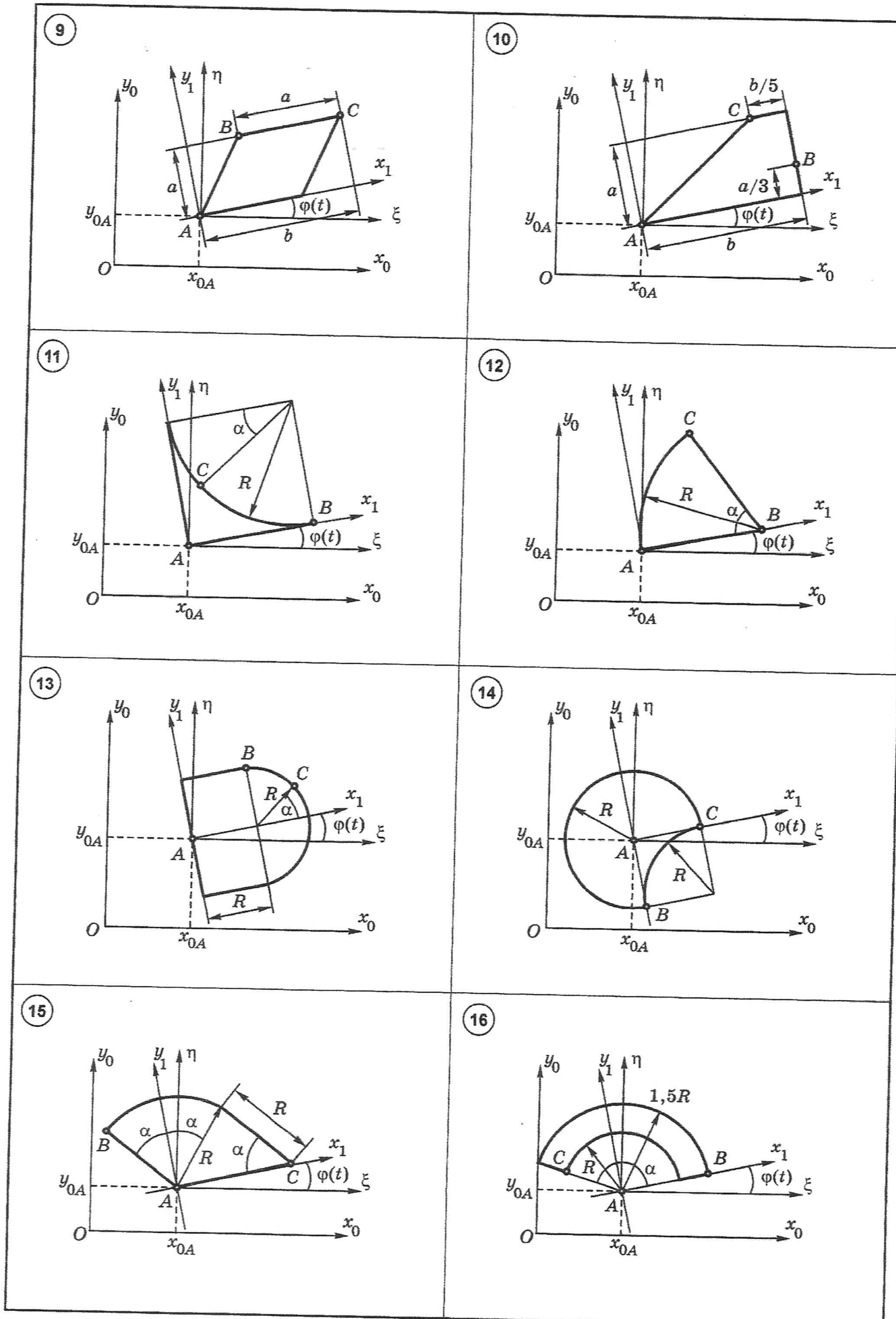
Во всех вариантах принять $t_0 = 0$ и $t_2 = 4$ с.

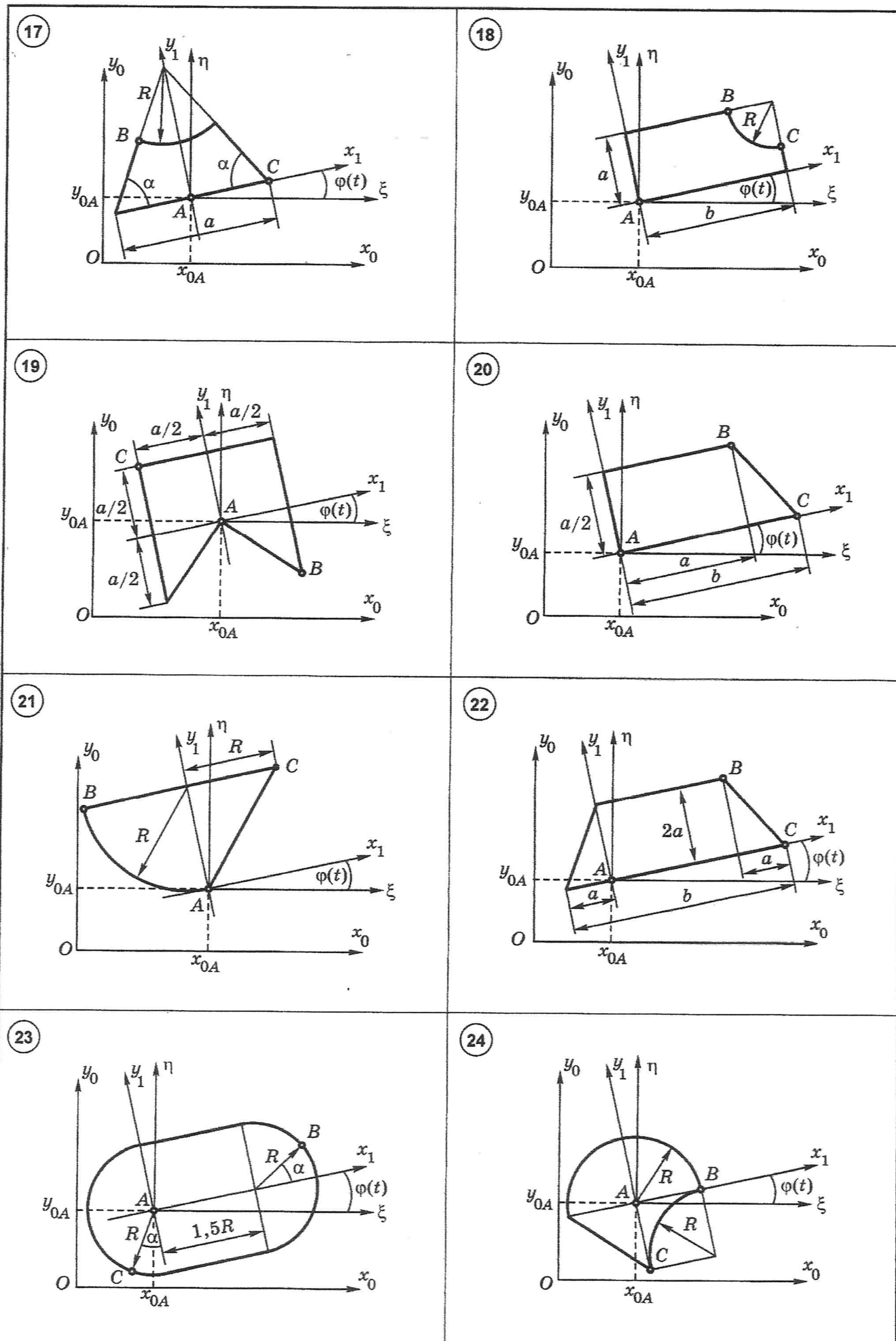
Схемы фигур показаны в «Рисунках к заданию К-4». Необходимые для решения данные приведены в табл. К4.1.

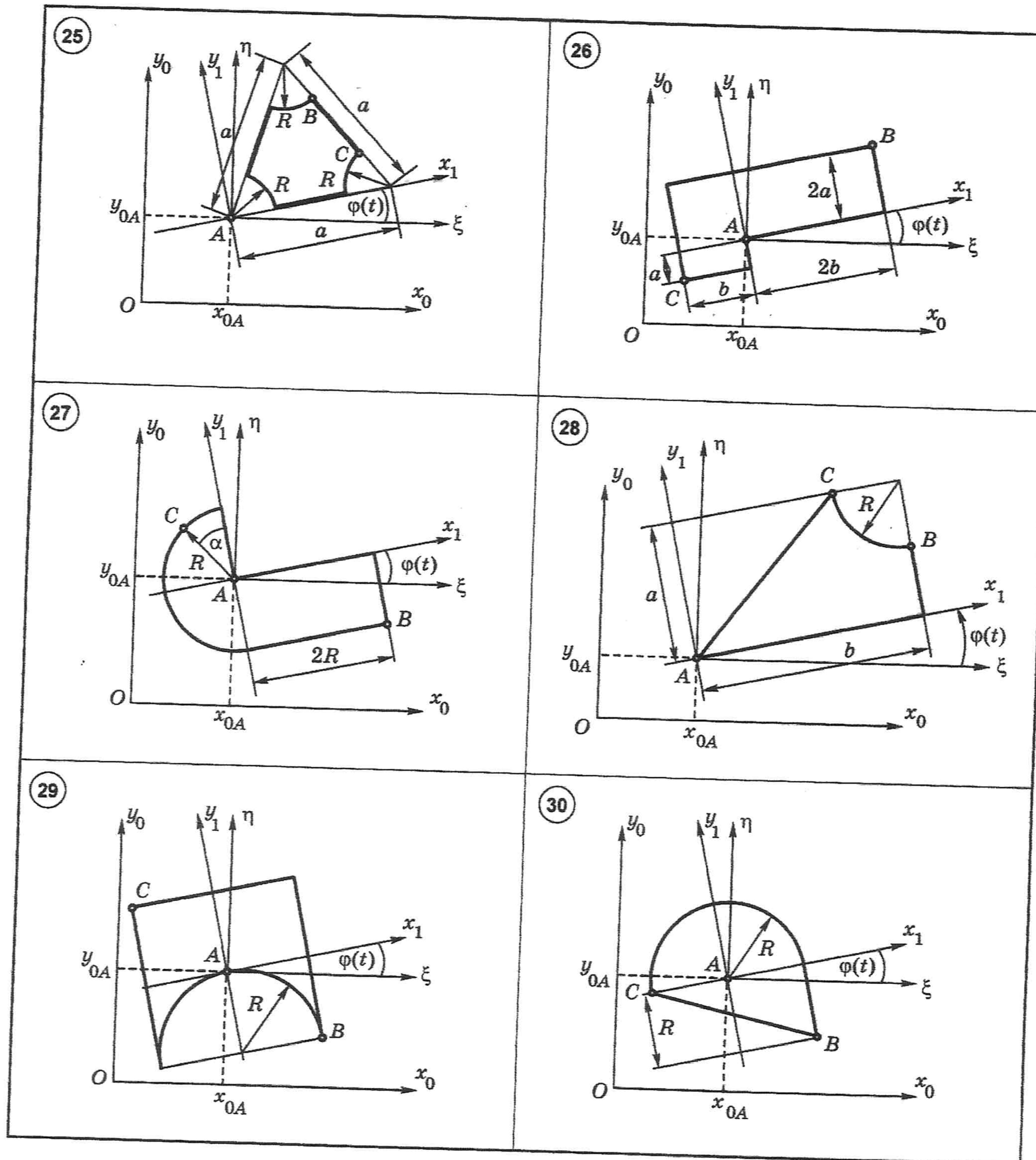
<i>№</i>	<i>x_{0A}, см</i>	<i>y_{0A}, см</i>	<i>φ(t), рад</i>	<i>a, см</i>	<i>b, см</i>	<i>R, см</i>	<i>α</i>	<i>t₁, с</i>
1	$3t^2 + 7t + 3$	$-2t\sin(5t) + 5$	$3t^2 + 2t$	15	10	—	—	1,5
2	$4\cos(\pi t/3) + 5$	$4\sin(\pi t/3)^2 + 2$	$2t^2 + t$	10	20	—	—	0,5
3	$6\cos(\pi t/3) + 5$	$10\sin(\pi t/3)^2$	$3t^2 + t$	12	—	—	—	0,8
4	$8t + 3$	$5(t + 0,8)^2$	$t^3 + 2t$	—	—	20	45°	1,25
5	$1 + 3\cos(\pi t^2/4)$	$4t^2 + 6$	$2t^2 + 0,8t$	—	—	12	45°	1,5
6	$7\sin(\pi t/3)$	$4\cos(\pi t/6)$	$3t^2$	—	—	8	150°	2
7	$7t\sin(\pi t)$	$5\cos(\pi t/3) + 3t^2$	$5t^2 - 3t$	12	20	—	—	1,2
8	$(4t^2 + 3t)/(2t + 3)$	$3t^2 + 5t$	$4t^2 + 3t$	12	8	—	—	1,5
9	$6\cos^2(\pi t/4)$	$\sin(\pi t/2)$	$5\sin(\pi t/3)$	14	18	—	—	2,5
10	$-4\cos(\pi t/3)$	$2\sin(\pi t/2) + 5$	$2t^2$	12	20	—	—	1,5
11	$7\sin^2(\pi t/3) - 4$	$4t^2 + 5$	$3t^2 - 2t$	—	—	15	30°	1,5
12	$7t^2 - 3$	$6\cos^2(\pi t/4) + 5$	$2t^2 - t$	—	—	16	60°	1,25
13	$5t^2 - 8$	$6\sin^2(\pi t/3) - 2$	$t^2 - 0,5t$	—	—	8	40°	1,5
14	$0,5t^3 - 8t$	$6\sin(\pi t/6) - 4$	$3t^2 - 0,5t$	—	—	8	—	2,1
15	$0,7t^3$	$5t^2 - 3$	$4t^2 - 5t$	—	—	10	45°	1,85
16	$4t^2$	$\sin(\pi t) + \cos^2(\pi t/3)$	$4t^2 + 5t$	—	—	8	150°	1,6
17	$4 - 3\sin(\pi t/6)$	$5\cos^2(\pi t/3)$	$0,8t^2 + 2t$	10	—	3	60°	1,3
18	$5\sin^2(\pi t)$	$8\cos(\pi t/3)$	$6t^2 + t$	6	12	4	—	1
19	$3 - 3t^2 + t$	$4 - 5t^2 + 5t/3$	$t^2 + 3t$	16	—	—	—	1,7
20	$4\cos^2(\pi t/4)$	$4t^2 + 2t$	$0,6t^2 + 3t$	14	18	—	—	1,4
21	$5\sin^2(\pi t/3) - 4$	$4t^3 + 2t^2$	$1,6t^2 + t$	—	—	10	—	1,5
22	$5t - 4$	$3t^2 + 2t$	$t\sin(\pi t)$	7	24	—	—	1,5
23	$4\cos^2(\pi t/4)$	$7\sin(\pi t) + \cos(\pi t)$	$0,2t^3$	—	—	8	30°	2,5
24	$2 - 3\sin(\pi t/6)$	$5 + 2\cos(\pi t/6)$	$t^2\sin(\pi t)$	—	—	10	—	2,8
25	$2\cos(\pi t^2/3) - 2$	$3\sin^2(\pi t/3)$	$0,6t^3 + t$	12	—	3	—	1,6
26	$2 - 3t$	$4t^2 + 6\cos(\pi t)$	$t^2\cos(\pi t)$	5	7	—	—	1,5
27	$7\sin^2(\pi t/6) - 5$	$3t^2 + 6t$	$0,8t^2 + 2t$	—	—	10	40°	1,7
28	$2 - 7\cos(\pi t^2/6)$	$4t^2 + 0,5$	$2t^2\sin(\pi t)$	12	20	8	—	1,4
29	$(5t + 3)/(0,5t - 3)$	$6t^2 + 2t$	$3t^2 - t$	—	—	7	—	1,7
30	$5\sin((\pi t + 6)/3)$	$7\cos(\pi t/4)$	$t^3 + t$	—	—	10	—	1,1

РИСУНКИ К ЗАДАНИЮ К-4









ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Дано: схема плоской фигуры (рис. К4.2), уравнения движения точки A в глобальных координатах: $x_{0A}(t) = 3t^2 + 5t + 3$, $y_{0A}(t) = -2t^3 + 5$ (см); локальные координаты точек B и C: $x_{1B} = 5$ см, $y_{1B} = 4$ см, $x_{1C} = 10$ см, $y_{1C} = 3$ см; уравнение вращения фигуры: $\phi = 3t^2$ (рад); $t_1 = 1$ с.

Решение.

1. Определение положения фигуры в глобальных осях Ox_0y_0 , а также глобальных координат точек A, B и C в моменты времени t_0 и t_1 .

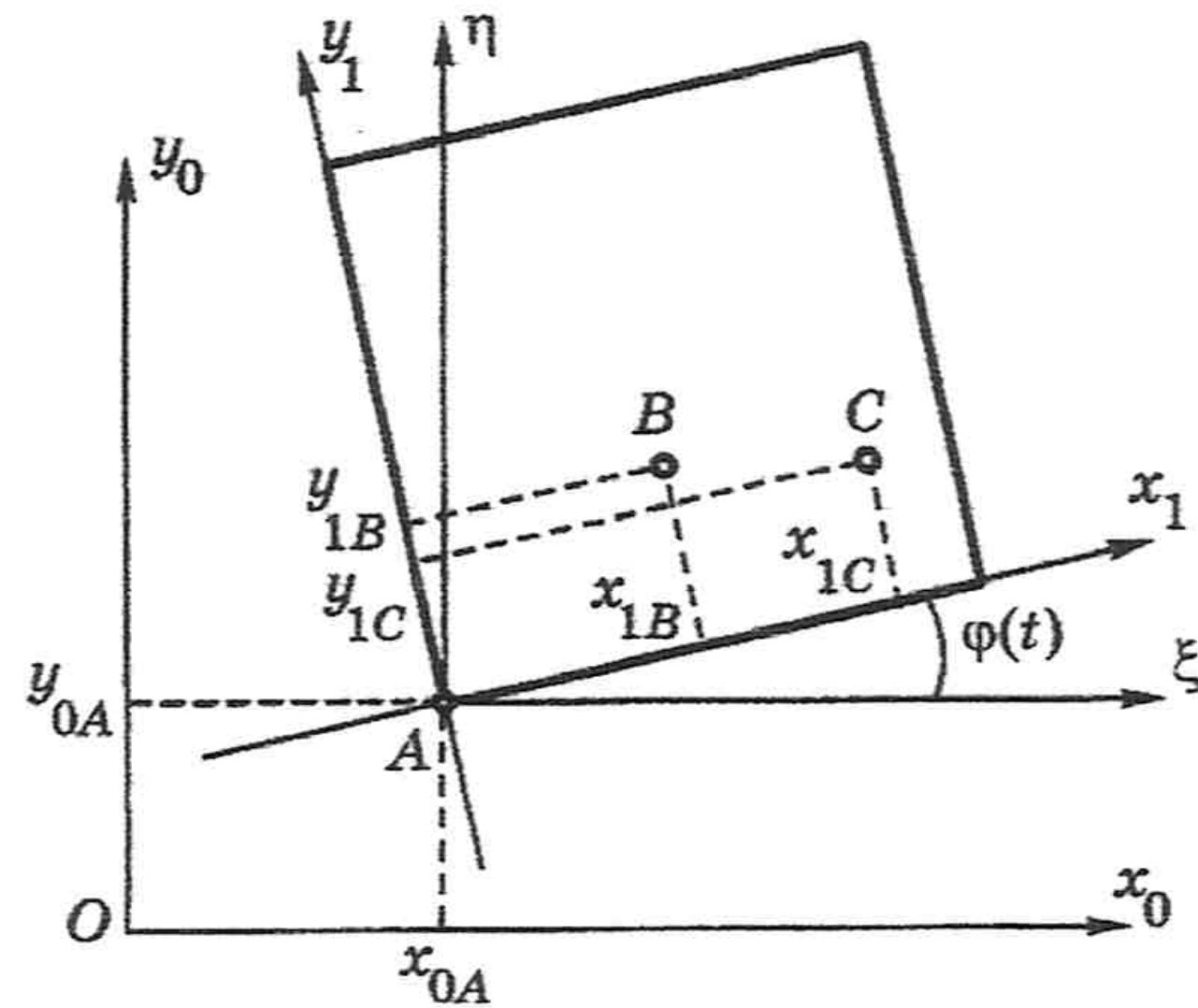


Рис. К4.2

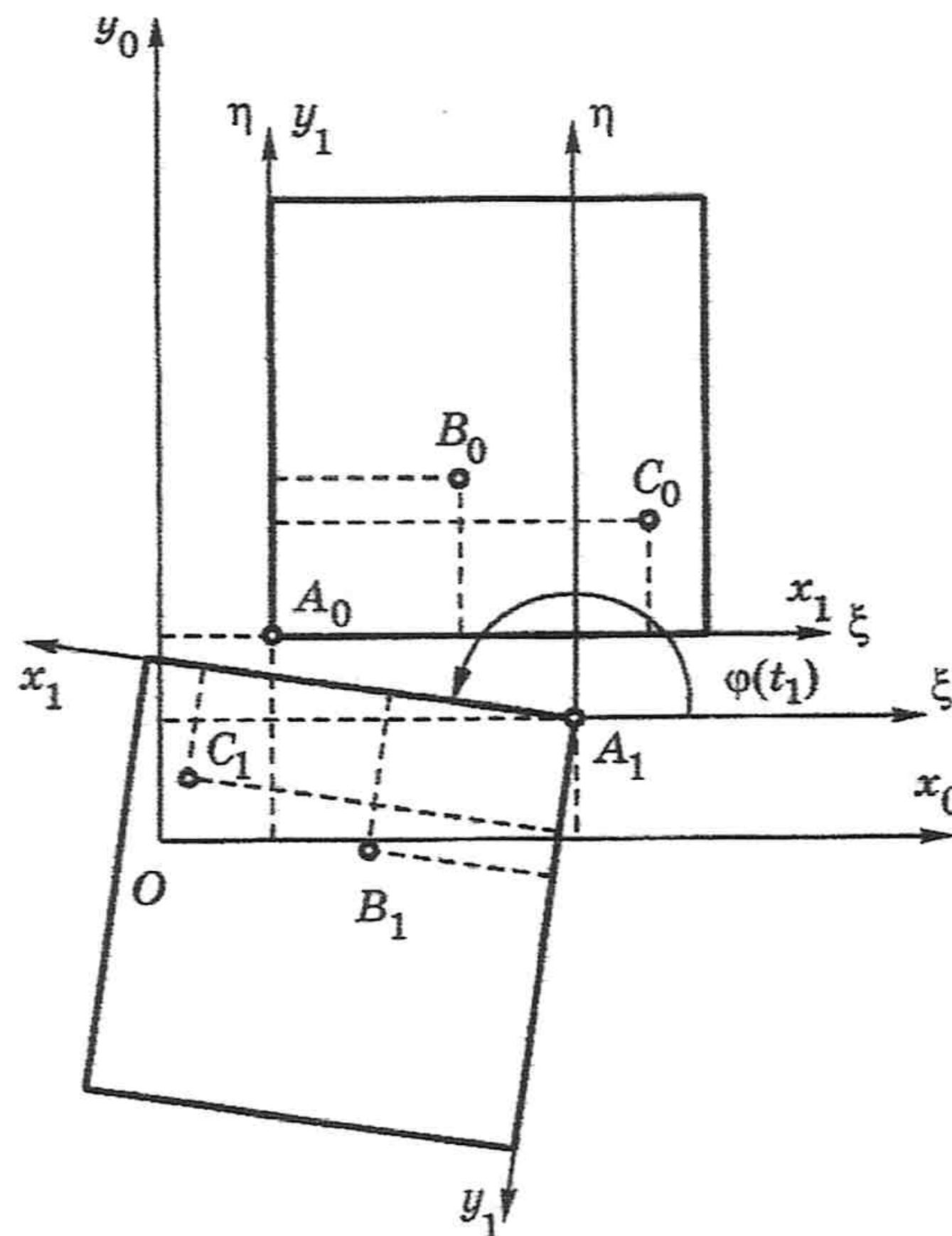


Рис. К4.3

Для описания движения плоской фигуры применим три системы координатных осей: условно неподвижную глобальную систему координат Ox_0y_0 , локальную систему Ax_1y_1 , жестко связанную с фигурой, и сопровождающую систему координат $A\xi\eta$, оси которой движутся поступательно вместе с точкой A , оставаясь параллельными соответствующим осям глобальной системы координат.

Положение фигуры по отношению к глобальной системе Ox_0y_0 определяется координатами $x_{0A}(t)$ и $y_{0A}(t)$ полюса A и углом $\phi(t)$ (рис. К4.2).

Матрица глобальных координат точки A :

$$\mathbf{r}_{0A}(t) = \begin{bmatrix} x_{0A}(t) \\ y_{0A}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3t^2 + 5t + 3 \\ -2t^3 + 5 \end{bmatrix}.$$

Матрицы локальных координат точек B и C :

$$\mathbf{r}_{1B} = \begin{bmatrix} x_{1B} \\ y_{1B} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{1C} = \begin{bmatrix} x_{1C} \\ y_{1C} \end{bmatrix}.$$

Матрицы глобальных координат точек B и C :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{0B}(t) &= \mathbf{r}_{0A}(t) + \mathbf{H}_{z1}(-\phi(t)) \cdot \mathbf{r}_{1B}, \\ \mathbf{r}_{0C}(t) &= \mathbf{r}_{0A}(t) + \mathbf{H}_{z1}(-\phi(t)) \cdot \mathbf{r}_{1C}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{H}_{z1}(\phi(t)) = \begin{bmatrix} \cos\phi(t) & \sin\phi(t) \\ -\sin\phi(t) & \cos\phi(t) \end{bmatrix}$ — матрица поворота системы координат Ax_1y_1 вокруг оси Az_1 на угол $\phi(t)$ (о матрицах поворота читайте в приложении 11).

При $t = t_0 = 0$ получаем

$$\mathbf{r}_{0A}(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ см}, \quad \mathbf{r}_{0B}(0) = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ см}, \quad \mathbf{r}_{0C}(t) = \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix} \text{ см}.$$

При $t = t_1$:

$$\mathbf{r}_{0A}(t_1) = \begin{bmatrix} 11 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ см}, \quad \mathbf{r}_{0B}(t_1) = \begin{bmatrix} 5,486 \\ -0,254 \end{bmatrix} \text{ см}, \quad \mathbf{r}_{0C}(t_1) = \begin{bmatrix} 0,677 \\ 1,441 \end{bmatrix} \text{ см},$$

$$\varphi(t_1) = 3 \text{ рад} = 171,89^\circ.$$

По результатам вычислений построим положения плоской фигуры в моменты времени t_0 и t_1 (см. рис. К4.3).

2. Вычисление скоростей точек A, B и C в момент времени t_1 .

Матрицы скоростей точек A, B и C по отношению к глобальным осям координат вычисляются как первые производные от матриц их глобальных координат по времени:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{0A}(t) &= \frac{d}{dt}(\mathbf{r}_{0A}(t)) = \begin{bmatrix} 6t+5 \\ -6t^2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{v}_{0B}(t) &= \mathbf{v}_{0A}(t) + \frac{d}{dt}\mathbf{H}_{z1}[-\varphi(t)] \cdot \mathbf{r}_{1B}, \\ \mathbf{v}_{0C}(t) &= \mathbf{v}_{0A}(t) + \frac{d}{dt}\mathbf{H}_{z1}[-\varphi(t)] \cdot \mathbf{r}_{1C}. \end{aligned} \quad (\text{К4.1})$$

Непосредственным вычислением можно показать, что производная по времени от матрицы поворота $\mathbf{H}_z(-\varphi)$ выражается через саму матрицу $\mathbf{H}_z(-\varphi)$ следующим образом:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{H}_z(-\varphi) = \dot{\varphi} \cdot \mathbf{H}_z\left(-\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = \dot{\varphi} \cdot \mathbf{H}_z\left(-\frac{\pi}{2}\right) \cdot \mathbf{H}_z(-\varphi) = \dot{\varphi} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{H}_z(-\varphi),$$

где $\mathbf{L} = \mathbf{H}_z\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ — матрица поворота тела на 90° вокруг оси z.

Тогда выражения (К4.1) приобретают вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{0B}(t) &= \mathbf{v}_{0A}(t) + \omega(t) \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{H}_{z1}(-\varphi(t)) \cdot \mathbf{r}_{1B}, \\ \mathbf{v}_{0C}(t) &= \mathbf{v}_{0A}(t) + \omega(t) \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{H}_{z1}(-\varphi(t)) \cdot \mathbf{r}_{1C}. \end{aligned}$$

Или, учитывая, что

$$\mathbf{H}_{z1}(-\varphi(t)) \cdot \mathbf{r}_{1B} = \mathbf{r}_{0B}(t) - \mathbf{r}_{0A}(t), \quad \mathbf{H}_{z1}(-\varphi(t)) \cdot \mathbf{r}_{1C} = \mathbf{r}_{0C}(t) - \mathbf{r}_{0A}(t),$$

получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{0B}(t) &= \mathbf{v}_{0A}(t) + \omega(t) \cdot \mathbf{L} \cdot [\mathbf{r}_{0B}(t) - \mathbf{r}_{0A}(t)], \\ \mathbf{v}_{0C}(t) &= \mathbf{v}_{0A}(t) + \omega(t) \cdot \mathbf{L} \cdot [\mathbf{r}_{0C}(t) - \mathbf{r}_{0A}(t)]. \end{aligned} \quad (\text{К4.2})$$

Здесь: $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$ — угловая скорость вращения фигуры.
В момент времени $t = t_1$:

$$\begin{aligned} \omega(t_1) &= 6 \text{ с}^{-1}, \quad \mathbf{v}_{0A}(t_1) = \begin{bmatrix} 11 \\ -6 \end{bmatrix} \text{ см/с,} \\ \mathbf{v}_{0B}(t_1) &= \begin{bmatrix} 30,526 \\ -39,087 \end{bmatrix} \text{ см/с,} \quad \mathbf{v}_{0C}(t_1) = \begin{bmatrix} 20,353 \\ -67,94 \end{bmatrix} \text{ см/с.} \end{aligned}$$

Модули скоростей точек:

$$|\mathbf{v}_{0A}(t_1)| = 12,53 \text{ см/с}, \quad |\mathbf{v}_{0B}(t_1)| = 49,595 \text{ см/с}, \quad |\mathbf{v}_{0C}(t_1)| = 70,923 \text{ см/с}.$$

Определим положение мгновенного центра скоростей P фигуры. Матрица координат мгновенного центра скоростей:

$$\mathbf{r}_{0P}(t) = \mathbf{r}_{0A}(t) + \mathbf{L} \cdot \rho_A(t), \quad (\text{K4.3})$$

где $\rho_A(t) = \frac{1}{|\omega(t)|} \mathbf{v}_{0A}(t)$ — матрица координат мгновенного радиуса точки A .

Тот же результат можно получить, используя точку B :

$$\mathbf{r}_{0P}(t) = \mathbf{r}_{0B}(t) + \mathbf{L} \cdot \rho_B(t),$$

где $\rho_B(t) = \frac{1}{|\omega(t)|} \mathbf{v}_{0B}(t)$ — матрица координат мгновенного радиуса точки B .

В момент времени $t = t_1$:

$$\rho_A(t_1) = \begin{bmatrix} 1,833 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ см}, \quad \rho_B(t_1) = \begin{bmatrix} 5,088 \\ -6,514 \end{bmatrix} \text{ см},$$

$$|\rho_A(t_1)| = 2,088 \text{ см}, \quad |\rho_B(t_1)| = 8,266 \text{ см}, \quad \mathbf{r}_{0P}(t_1) = \begin{bmatrix} 12 \\ 4,833 \end{bmatrix} \text{ см}.$$

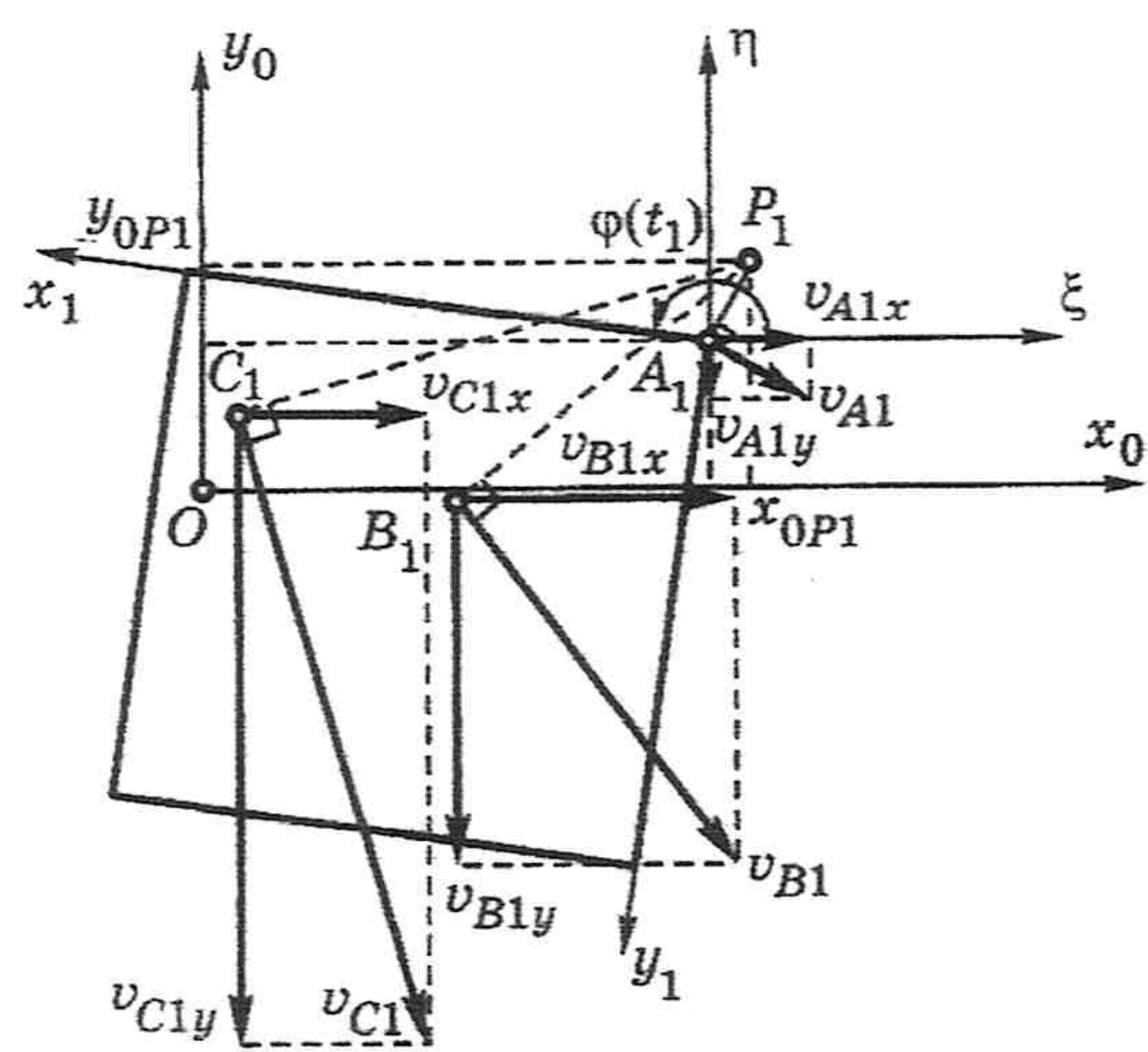


Рис. К4.4

На рис. К4.4 показаны векторы скоростей точек A , B и C и положение мгновенного центра скоростей P_1 фигуры в момент времени t_1 .

3. Вычисление ускорений точек A , B и C в момент времени t_1 .

Дифференцируя (К4.1) по времени, получим матрицы ускорений точек A , B и C в глобальных координатах:

$$\mathbf{a}_{0A}(t) = \frac{d}{dt} \mathbf{v}_{0A}(t) = \begin{bmatrix} 6 \\ -12t \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{a}_{0B}(t) = \mathbf{a}_{0A}(t) + \mathbf{E}(t) \cdot [\mathbf{r}_{0B}(t) - \mathbf{r}_{0A}(t)], \quad (\text{K4.4})$$

$$\mathbf{a}_{0C}(t) = \mathbf{a}_{0A}(t) + \mathbf{E}(t) \cdot [\mathbf{r}_{0C}(t) - \mathbf{r}_{0A}(t)],$$

где $\mathbf{E}(t) = \varepsilon(t) \cdot \mathbf{L} + (\omega(t) \cdot \mathbf{L})^2$ — матрица обобщенного углового ускорения,

$$\varepsilon(t) = \frac{d}{dt} \omega(t) — угловое ускорение фигуры.$$

В момент времени $t = t_1$:

$$\varepsilon(t_1) = 6 \text{ с}^{-2}, \quad \mathbf{a}_{0A}(t_1) = \begin{bmatrix} 6 \\ -12 \end{bmatrix} \text{ см/с}^2,$$

$$\mathbf{a}_{0B}(t_1) = \begin{bmatrix} 224,046 \\ 72,071 \end{bmatrix} \text{ см/с}^2, \quad \mathbf{a}_{0C}(t_1) = \begin{bmatrix} 386,991 \\ -17,824 \end{bmatrix} \text{ см/с}^2.$$

Модули ускорений точек:

$$|\mathbf{a}_{0A}(t_1)| = 13,416 \text{ см/с}^2, |\mathbf{a}_{0B}(t_1)| = 235,353 \text{ см/с}^2, |\mathbf{a}_{0C}(t_1)| = 387,401 \text{ см/с}^2.$$

Определим положение мгновенного центра ускорений Q фигуры. Матрица координат мгновенного центра ускорений:

$$\mathbf{r}_{0Q}(t) = \mathbf{r}_{0A}(t) + \mathbf{U}(\beta(t)) \cdot \rho \mathbf{a}_A(t), \quad (\text{К4.5})$$

где $\rho \mathbf{a}_A(t) = \frac{1}{|\lambda(t)|} \mathbf{a}_{0A}(t)$ — матрица мгновенного радиуса для ускорения точки A , $\lambda(t) = \sqrt{\varepsilon(t)^2 + \omega(t)^2}$ — обобщенное угловое ускорение фигуры,

$$\mathbf{U}(\beta(t)) = \begin{bmatrix} \cos \beta(t) & -\sin \beta(t) \\ \sin \beta(t) & \cos \beta(t) \end{bmatrix},$$

$\beta(t) = \theta(t) \cdot \text{sign}(\varepsilon(t))$ — угол, который составляет вектор ускорения точки с мгновенным радиусом для ускорения,

$$\theta(t) = \arctg \left(\frac{\varepsilon(t)}{\omega(t)^2} \right).$$

Тот же результат можно получить, используя кинематические параметры точки B :

$$\mathbf{r}_{0Q}(t) = \mathbf{r}_{0B}(t) + \mathbf{U}(\beta(t)) \cdot \rho \mathbf{a}_B(t),$$

где $\rho \mathbf{a}_B(t) = \frac{1}{|\lambda(t)|} \mathbf{a}_{0B}(t)$ — матрица мгновенного радиуса для ускорения точки B .

В момент времени $t = t_1$:

$$\beta(t_1) = 9,462^\circ, \lambda(t_1) = 36,497 \text{ рад/с}^2,$$

$$\rho \mathbf{a}_A(t_1) = \begin{bmatrix} 0,164 \\ -0,329 \end{bmatrix} \text{ см}, \quad \rho \mathbf{a}_B(t_1) = \begin{bmatrix} 6,139 \\ 1,975 \end{bmatrix} \text{ см},$$

$$|\rho \mathbf{a}_A(t_1)| = 0,368 \text{ см}, \quad |\rho \mathbf{a}_B(t_1)| = 6,449 \text{ см}, \quad \mathbf{r}_{0Q}(t_1) = \begin{bmatrix} 11,216 \\ 2,703 \end{bmatrix} \text{ см}.$$

На рис. К4.5 показаны векторы ускорений точек A , B и C и положение мгновенного центра ускорений Q_1 фигуры в момент времени t_1 .

4. Построение графиков изменения модулей скоростей точек A , B и C в интервале времени $t_0 \leq t \leq t_2$.

На рис. К4.6 показаны графики зависимостей модулей скоростей точек A , B и C от времени ($t_0 \leq t \leq t_2$).

Используя формулу (К4.3), строим участок траектории мгновенного центра скоростей фигуры в интервале времени $t_0 \leq t \leq t_2$ в глобальных координатах (рис. К4.7).

На рис. К4.8 показаны графики зависимостей модулей ускорений точек A , B и C от времени ($t_0 \leq t \leq t_2$).

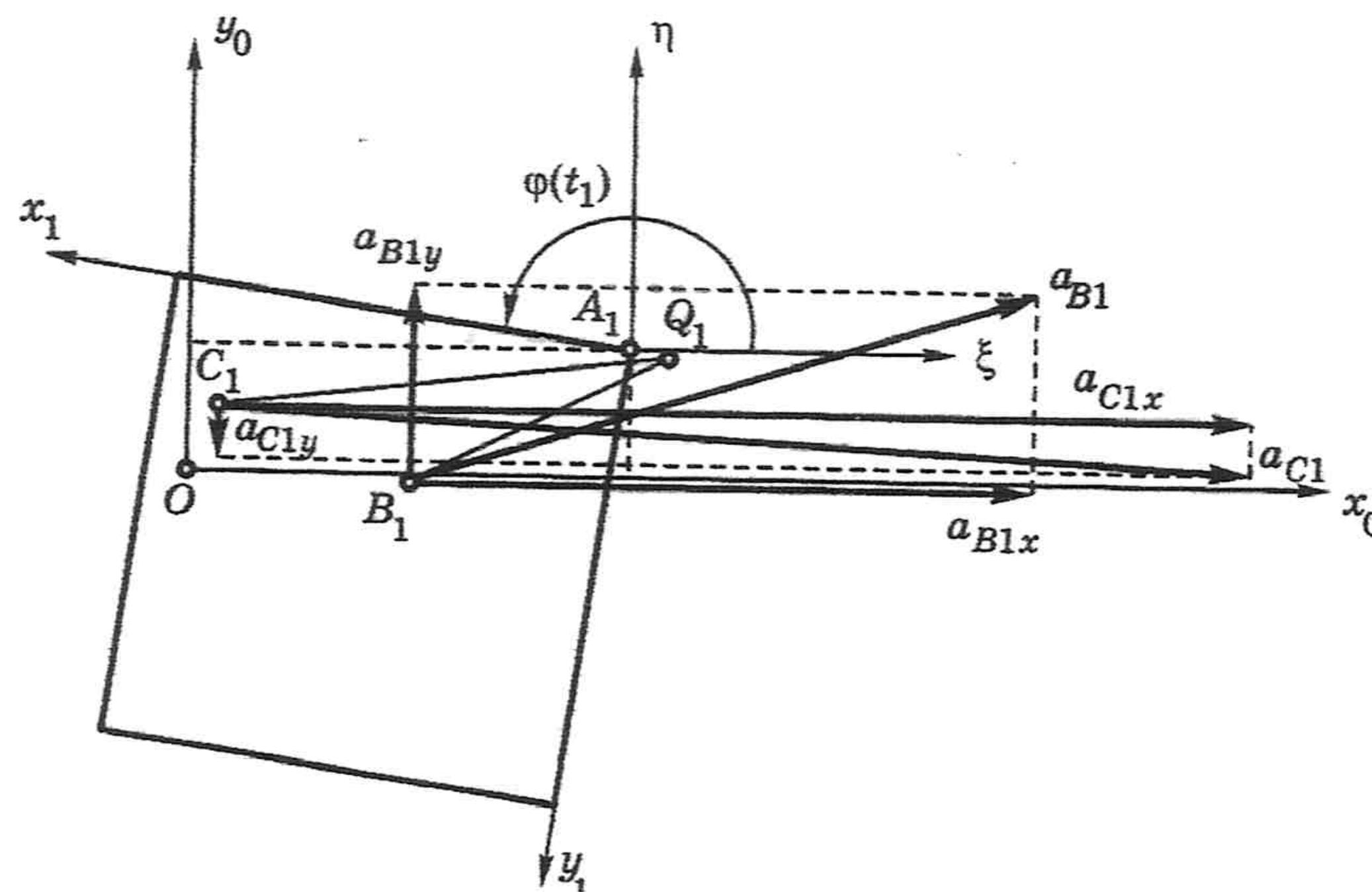


Рис. К4.5

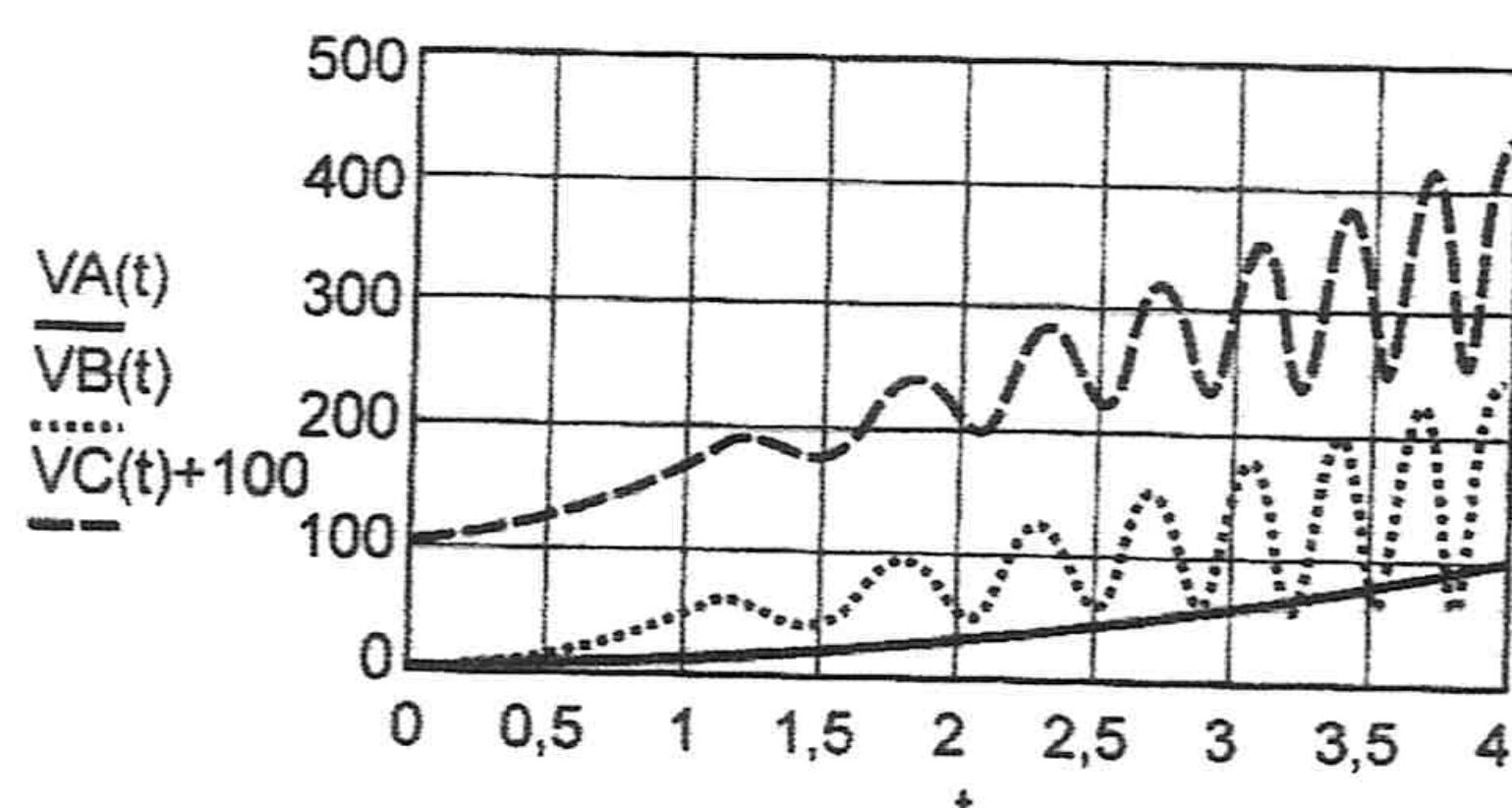


Рис. К4.6

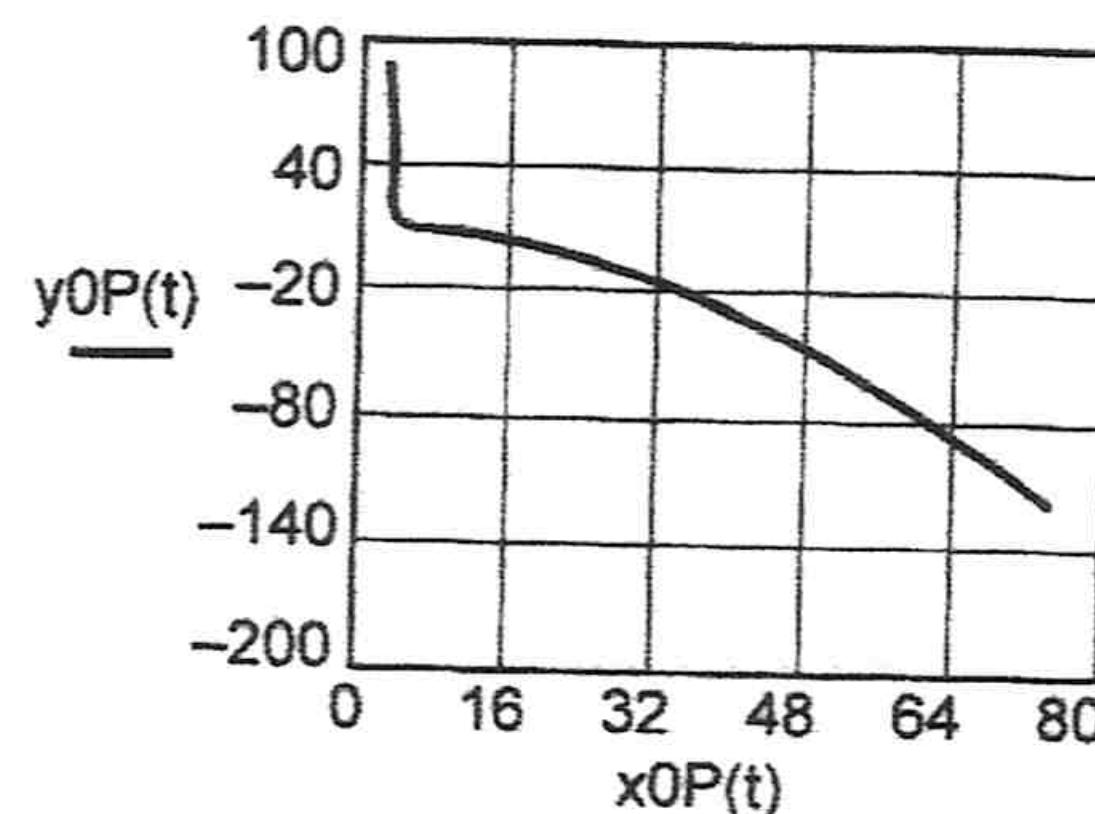


Рис. К4.7

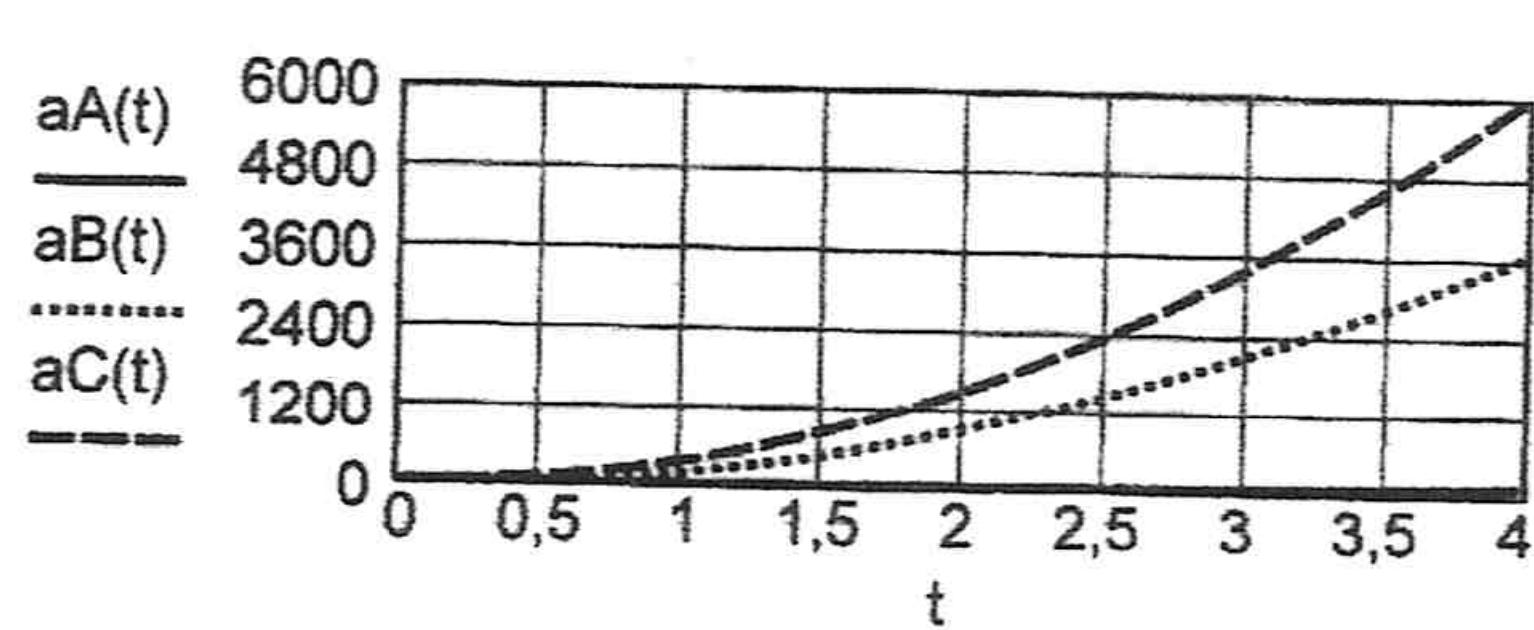


Рис. К4.8

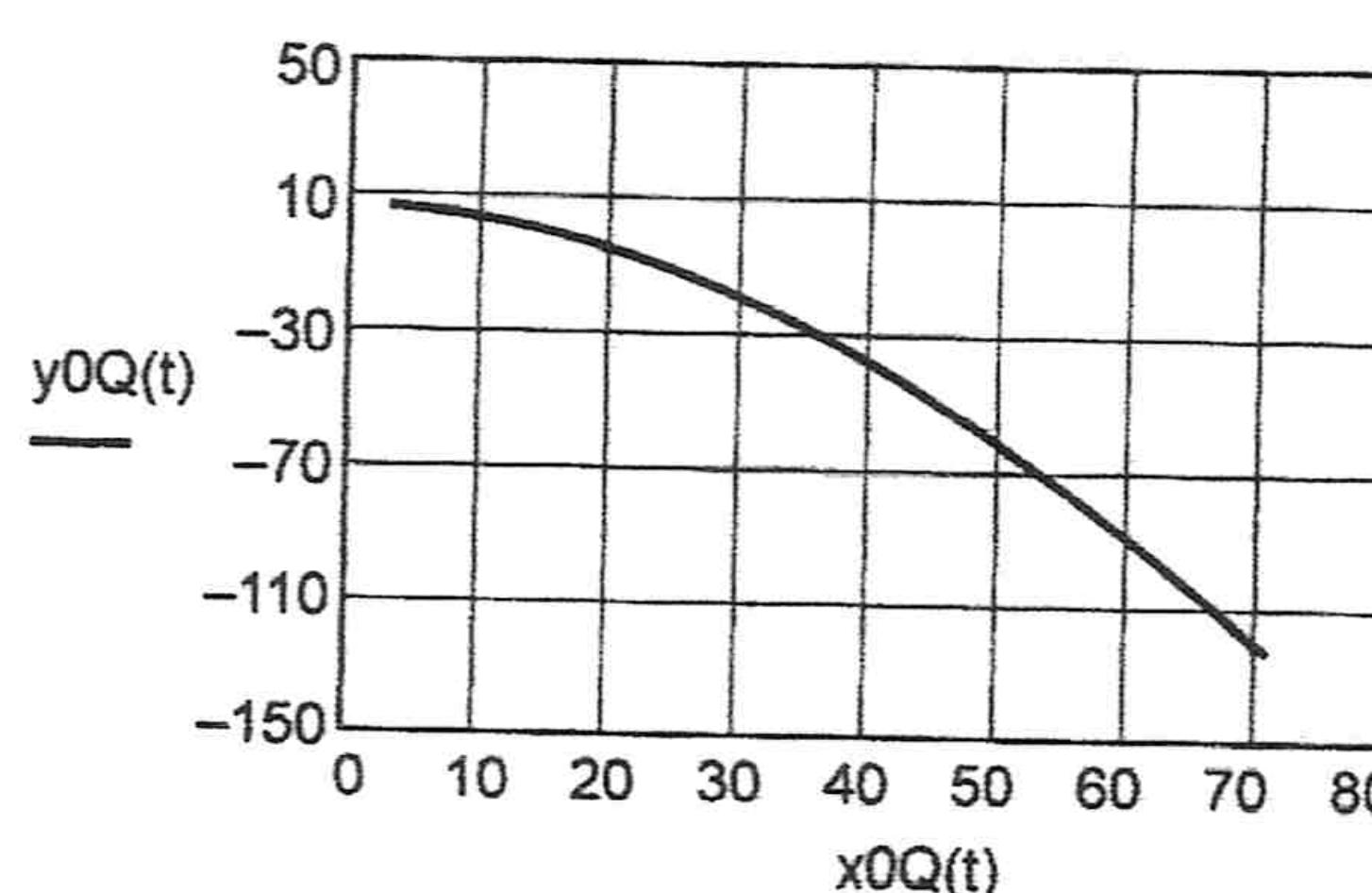


Рис. К4.9

По формуле (К4.5) строим участок траектории мгновенного центра ускорений фигуры в интервале времени $t_0 \leq t \leq t_2$ в глобальных координатах (рис. К4.9).

Дополнение. Построение карт распределения модулей скоростей и ускорений точек фигуры для выбранных моментов времени.

1. Построим карты распределения модулей скоростей точек фигуры в моменты времени 0,8, 1,8 и 3,82 с с помощью формулы (К4.2); результаты показаны на рис. К4.10: а — при $t = 0,8$ с, б — при $t = 1,8$ с, в — при $t = 3,82$ с.

Контурные графики модуля скорости показывают, что точки фигуры с одинаковой (по модулю) скоростью располагаются на концентрических

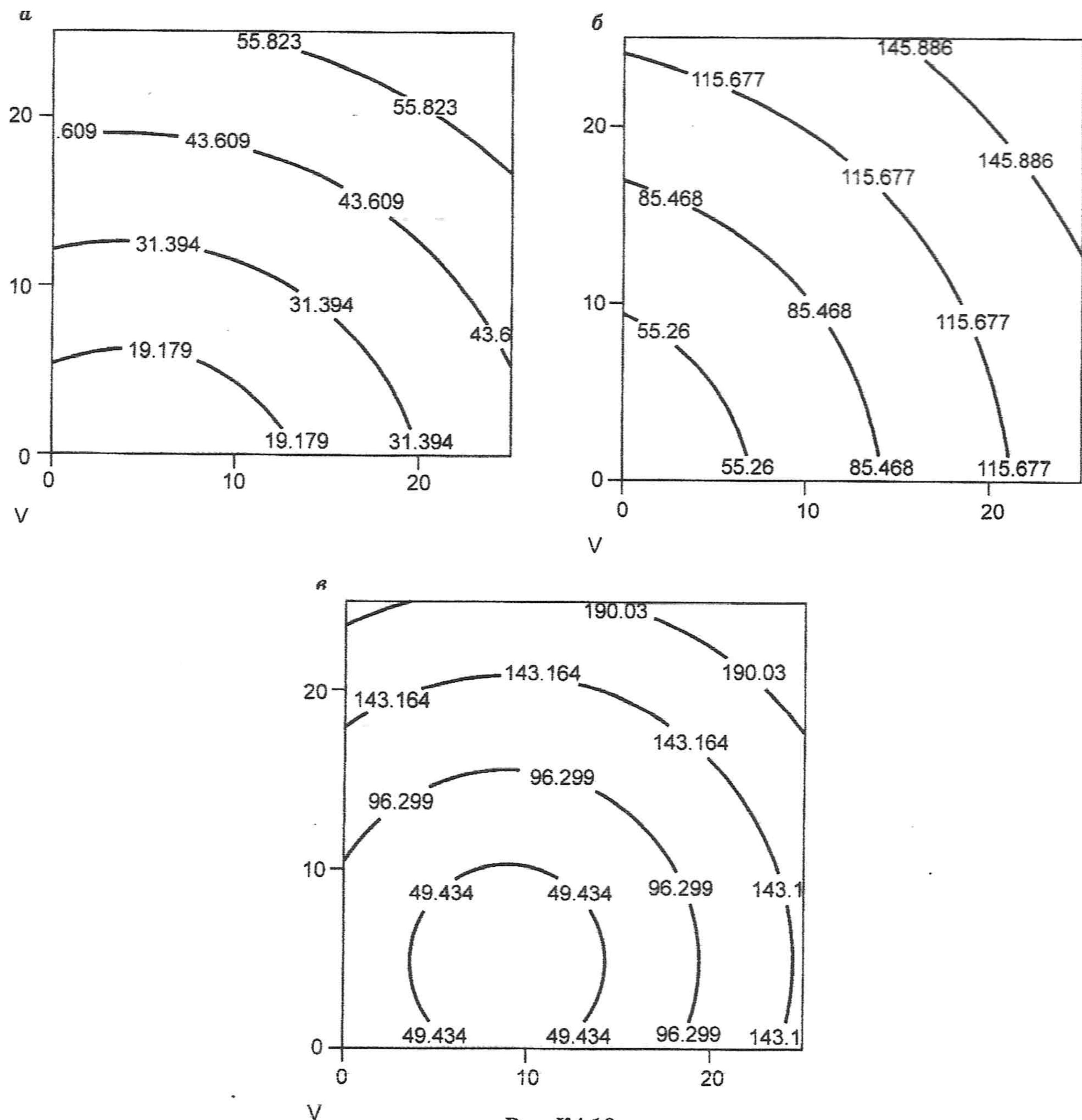


Рис. К4.10

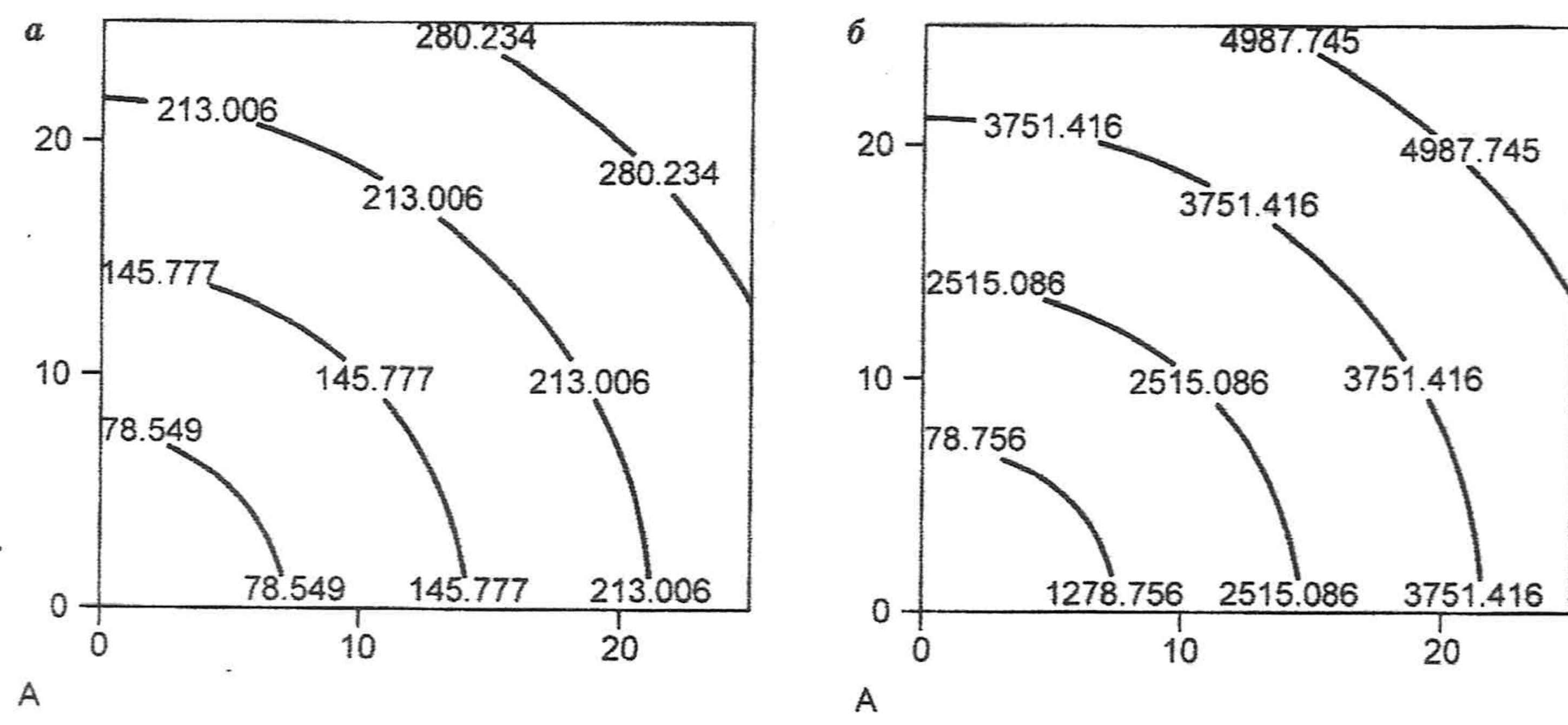


Рис. К4.11

окружностях, общий центр которых совпадает с мгновенным центром скоростей фигуры. На этих трех рисунках хорошо видно, как меняется положение мгновенного центра скоростей фигуры в различные моменты времени.

2. По аналогии с картой распределения скоростей с помощью формулы (К4.4) построим карты распределения модулей ускорений точек фигуры в моменты времени 0,8 и 3,5 с: рис. К4.11 a — при $t = 0,8$ с, рис. К4.11 b — при $t = 3,5$ с.

Контурные графики ускорений показывают, что точки фигуры с одинаковым (по модулю) ускорением располагаются на концентрических окружностях, общий центр которых совпадает с мгновенным центром ускорений фигуры.

Контрольные вопросы и задания

1. Какое движение фигуры определяется перемещением сопровождающих координатных осей относительно глобальных?
2. Какое движение фигуры определяется перемещением локальных координатных осей относительно глобальных?
3. Как найти точку фигуры, которая имеет в данный момент времени максимальную (минимальную) скорость?
4. Как найти точку фигуры, которая имеет в данный момент времени максимальное (минимальное) ускорение?
5. Как, зная координаты двух точек и векторы их скоростей, найти угловую скорость вращения фигуры?
6. Как найти точки фигуры, имеющие одинаковые по модулю скорости?
7. Как найти две точки фигуры, у которых в данный момент времени равны между собой модули скоростей? Модули ускорений? Является ли эта пара точек единственной?
8. Почему в выражении $\frac{d}{dt}[\mathbf{H}_z(\phi(t))] \cdot \mathbf{r} = \dot{\phi} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{H}_z(\phi(t)) \cdot \mathbf{r}$ появляется матрица \mathbf{L} ?
Каков геометрический смысл умножения на эту матрицу?
9. При каком виде движения плоской фигуры мгновенные центры скоростей и ускорений совпадают?
10. Верно ли равенство $\det[\varepsilon \mathbf{L} + (\omega \mathbf{L})^2] = \varepsilon^2 + \omega^4$?

Задание К-5. **ВРАЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ОТНОСИТЕЛЬНО НАКЛОННОЙ ОСИ**

Твердое тело (рис. К5.1) вращается вокруг оси Oz_1 по закону $\phi = \phi(t)$. Положение оси вращения Oz_1 в глобальной системе координат $Ox_0y_0z_0$ определяется одним, двумя или тремя последовательными поворотами локальной системы координат $Ox_1y_1z_1$, жестко связанной с телом, по отношению к глобальной системе. Последовательность поворотов, оси координат, вокруг которых осуществляются повороты, и соответствующие углы поворотов приведены в табл. К5.1.

На твердом теле с помощью локальных координат x_{K1} , y_{K1} и z_{K1} задана точка K .

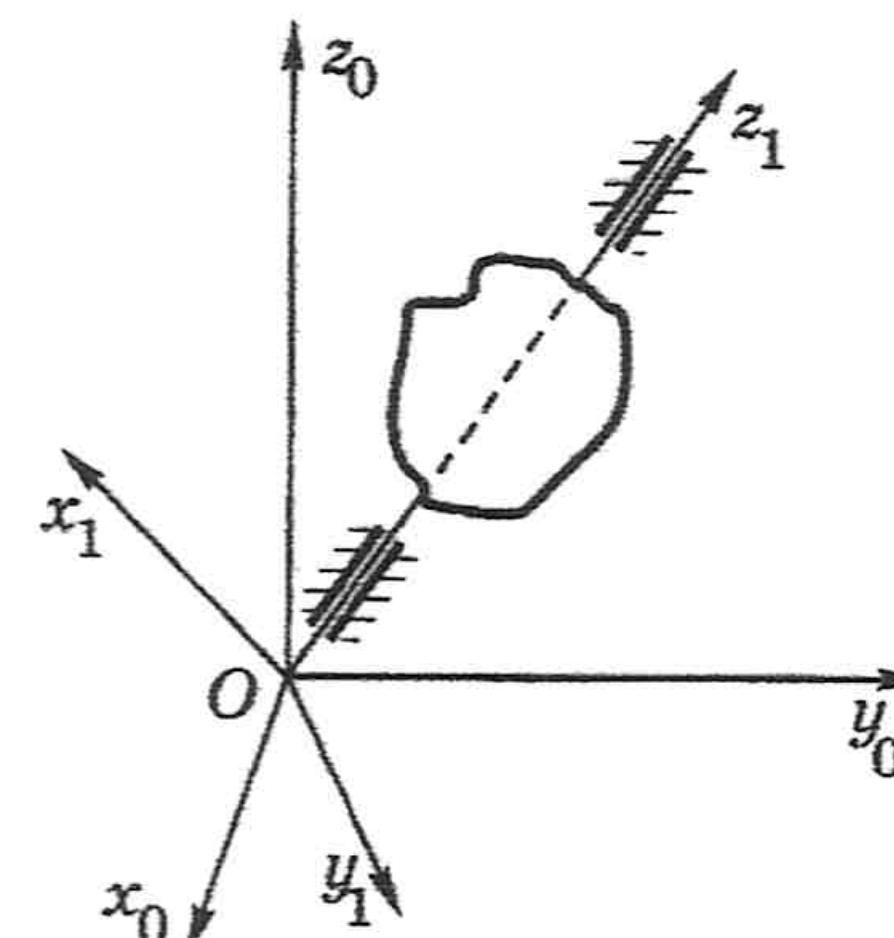


Рис. К5.1