МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))

Кафедра математики

Дополнительные главы математики

Состав контрольных работ

для студентов заочной формы обучения

Четвёртый семестр

Санкт-Петербург
2013

Введение

Дисциплина «Дополнительные главы математики» для студентов заочной формы обучения читается на втором курсе в четвёртом семестре. Студенты выполняют три контрольных работы (№№ 12, 13, 14) и сдают экзамен.

Контрольная работа может быть написана от руки на листах формата А4 или представлена в распечатанном виде. Листы должны быть скреплены степлером, причем каждая контрольная работа сдается отдельно. Работа может быть написана от руки в тетради. В этом случае каждая работа сдается в отдельной тетради.

На титульном листе указывается полное название университета, факультет, кафедра, фамилия, имя, отчество студента, номер учебной группы, номер контрольной работы, номер варианта, фамилия и инициалы преподавателя, проверяющего работу, год и ставится личная подпись студента.

Работа засчитывается преподавателем, если все задачи решены верно. Если в решении какой-либо задачи допущена ошибка, то студент должен сделать работу над ошибками (заново решить задачу). Работа над ошибками должна располагаться после записи решения последней задачи контрольной работы.

Студент самостоятельно выбирает вариант контрольной работы в соответствии с начальной буквой своей фамилии.

Буква	Номер варианта
А	1
Б	2
В	3
Г	4
Д	5
Е, Ё	6
Ж	7
З	8
И, Й	9
К	10
Л	11
М	12
Н	13
О	14
П	15
Р	16
С	17
Т	18
У	19
Ф	20
Х	21
Ц, Ю	22
Ч	23
Ш,Щ	24
Э, Я	25

Контрольная работа № 12

Содержание контрольной работы № 12

Задание № 1

Приведите линейное дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных к каноническому виду.

Задание № 2

Решите задачу о колебаниях бесконечной струны методом Даламбера.

Задание № 3

Решите задачу о колебаниях струны, закреплённой на концах, методом разделения переменных (методом Фурье).

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. Приведение линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных к каноническому виду : Методические указания. Сост. О. В. Шаляпина и др. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 1995. — 20 с.

2. Решение дифференциальных уравнений в частных производных методом Даламбера : Методические указания. Сост. Т. В. Слободинская и др. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 1996. — 25 с.

3. Решение дифференциальных уравнений в частных производных методом Фурье : Методические указания. Сост. Н. М. Климовицкая и др. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 1998.— 30 с.

Условия задач контрольной работы № 12

Вариант № 1.

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2\dfrac{\partial u}{\partial x} - 6\dfrac{\partial u}{\partial y}.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad u(x,t)\Big|_{t=0} = \sin 5x;\quad \dfrac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 3.$
   $-\infty < x < +\infty,\quad t \geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; $\quad u(0,t) = u(4,t) = 0;$

$$u(x,0) = \begin{cases} \dfrac{x}{2}, & 0 \leqslant x < 2; \\ -\dfrac{x-4}{2}, & 2 \leqslant x \leqslant 4; \end{cases} \qquad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$$

Вариант № 2.

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\dfrac{\partial u}{\partial x} - 2\dfrac{\partial u}{\partial y}.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; $\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = \cos 4x$; $\quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 2.$
$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; $\quad u(0,t) = u(3,t) = 0;$

$$u(x,0) = \frac{4}{9}\left(3x - x^2\right) \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$$

Вариант № 3.

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \dfrac{\partial u}{\partial y}.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; $\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = 4x + 1$; $\quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \sin 6x.$
$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; $\quad u(0,t) = u(4,t) = 0;$

$$u(x,0) = \begin{cases} x, & 0 \leqslant x < 2; \\ 4 - x, & 2 \leqslant x \leqslant 4; \end{cases} \qquad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$$

Вариант № 4.

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2\dfrac{\partial u}{\partial x} - 3\dfrac{\partial u}{\partial y}.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; $\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = \sin 4x$; $\quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \cos 4x.$
$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(3,t) = 0;$

$u(x,0) = \dfrac{8}{9}\left(3x - x^2\right), \qquad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$

Вариант № 5.

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2\dfrac{\partial u}{\partial x} - 6\dfrac{\partial u}{\partial y}.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 25\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = 5x - 2; \quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \cos x.$

$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(6,t) = 0;$

$u(x,0) = 0, \qquad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \begin{cases} x, & 0 \leqslant x < 3; \\ 6 - x, & 3 \leqslant x \leqslant 6. \end{cases}$

Вариант № 6.

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 32u.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 36\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = \cos\dfrac{x}{2}; \quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 3.$

$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(4,t) = 0;$

$u(x,0) = \dfrac{1}{8}\left(4x - x^2\right), \qquad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$

Вариант № 7.

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2\dfrac{\partial u}{\partial y}.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 49\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = 7x + 1; \quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \cos 2x.$

$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(6,t) = 0;$

$$u(x,0)=\begin{cases}\dfrac{2x}{3}, & 0\leqslant x<3;\\ \dfrac{2(6-x)}{3}, & 3\leqslant x\leqslant 6;\end{cases}\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 8.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+u=0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\sin\frac{x}{2};\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\cos\frac{x}{2}.$$
   $-\infty<x<+\infty,\quad t\geqslant 0.$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=25\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad u(0,t)=u(8,t)=0;$$
   $$u(x,0)=0;\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\begin{cases}x, & 0\leqslant x<4;\\ 8-x, & 4\leqslant x\leqslant 8.\end{cases}$$

Вариант № 9.

1. $$3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-4\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=3\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=64\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\sin 8x;\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=4.$$
   $-\infty<x<+\infty,\quad t\geqslant 0.$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad u(0,t)=u(18,t)=0;$$
   $$u(x,0)=\frac{9}{100}\sin\frac{\pi x}{18},\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 10.

1. $$2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+6\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+4\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=3-4x;\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin 2x.$$
   $-\infty<x<+\infty,\quad t\geqslant 0.$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad u(0,t)=u(9,t)=0;$$

$$u(x,0) = x(9-x), \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$$

Вариант № 11.

1. $$2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2u - 7\frac{\partial u}{\partial x} - 4\frac{\partial u}{\partial y}.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(x,t)\Big|_{t=0} = 1 - 8x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \sin\frac{x}{2}.$$
$$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(6,t) = 0;$$
$$u(x,0) = \cos\frac{\pi(x-3)}{6}; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$$

Вариант № 12.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 3\frac{\partial u}{\partial x} + 15\frac{\partial u}{\partial y} - 27.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(x,t)\Big|_{t=0} = 6x + 5; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \frac{\cos \pi x}{3}.$$
$$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(8,t) = 0;$$
$$u(x,0) = 0; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \begin{cases} x, & 0 \leqslant x < 4; \\ 8 - x, & 4 \leqslant x \leqslant 8; \end{cases}$$

Вариант № 13.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 13\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -3\frac{\partial u}{\partial x} - 24\frac{\partial u}{\partial y} + 9u - 9(x+y).$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(x,t)\Big|_{t=0} = \cos 3x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 3.$$
$$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(4,t) = 0;$$

$$u(x,0) = \begin{cases} x, & 0 \leqslant x < 2; \\ 4 - x, & 2 \leqslant x \leqslant 4; \end{cases} \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$$

Вариант № 14.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 6\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 9\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + 9u = 0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 25\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = \sin 5x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 5.$$
$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(10,t) = 0;$$
$$u(x,0) = \frac{1}{10}\sin\frac{\pi x}{10}; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$$

Вариант № 15.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 8\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 16\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 4\frac{\partial u}{\partial x} - 16y = 0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 49\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = 7x - 5; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \sin\frac{x}{7}.$$
$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 49\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(14,t) = 0;$$
$$u(x,0) = 0; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \begin{cases} x, & 0 \leqslant x < 7; \\ 14 - x, & 7 \leqslant x \leqslant 14. \end{cases}$$

Вариант № 16.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 10\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 9\frac{\partial u}{\partial x} = 0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0} = \sin\frac{\pi x}{3}; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 3.$$
$-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t) = u(10,t) = 0;$$

$$u(x,0)=x(10-x); \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 17.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+4\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+12\frac{\partial u}{\partial y}=0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=36\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\cos 6x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=6.$$
$$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=36\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(6,t)=0;$$
$$u(x,0)=\begin{cases} x, & 0\leqslant x<3; \\ 6-x, & 3\leqslant x\leqslant 6; \end{cases} \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 18.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-5\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+6\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}=0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=49\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=4-7x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin 7x.$$
$$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(8,t)=0;$$
$$u(x,0)=\begin{cases} \dfrac{2}{3}x, & 0\leqslant x<3; \\ \dfrac{2(8-x)}{5}, & 3\leqslant x\leqslant 8; \end{cases} \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 19.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+6\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+4\frac{\partial u}{\partial y}=0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\sin 4x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=4.$$
$$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(6,t)=0;$$

$$u(x,0)=\frac{4}{9}\left(6x-x^2\right); \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 20.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-10\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+25\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-5\frac{\partial u}{\partial x}=0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\cos x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin x.$$
$$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=36\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(10,t)=0;$$
$$u(x,0)=0; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\begin{cases} x, & 0\leqslant x<5;\\ 10-x, & 5\leqslant x\leqslant 10.\end{cases}$$

Вариант № 21.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+17\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-16\frac{\partial u}{\partial y}=0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=64\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\cos 8x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=8.$$
$$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(8,t)=0;$$
$$u(x,0)=x(8-x); \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 22.

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+17\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+4\frac{\partial u}{\partial x}-4\frac{\partial u}{\partial y}=0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=3-6x; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin\frac{x}{3}.$$
$$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(8,t)=0;$$

$$u(x,0)=\begin{cases} x, & 0\leqslant x<4; \\ 8-x, & 4\leqslant x\leqslant 8; \end{cases} \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 23.

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+2\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\dfrac{\partial u}{\partial x}=0.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=25\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=3-5x; \quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\cos 6x.$
$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=25\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(10,t)=0;$

$$u(x,0)=\begin{cases} \dfrac{x}{3}, & 0\leqslant x<3; \\ \dfrac{10-x}{7}, & 3\leqslant x\leqslant 10; \end{cases} \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 24.

1. $4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-12\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+9\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-3\dfrac{\partial u}{\partial x}=0.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=36\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\cos 6x; \quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin x.$
$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=16\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(4,t)=0;$

$$u(x,0)=\frac{1}{4}\left(4x-x^2\right); \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 25.

1. $9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-12\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+4\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-2\dfrac{\partial u}{\partial x}=0.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\cos\dfrac{x}{3}; \quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin\dfrac{x}{3}.$
$-\infty<x<+\infty, \quad t\geqslant 0.$

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=25\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0,t)=u(4,t)=0;$

$$u(x,0)=x(4-x); \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Контрольная работа № 13

Содержание контрольной работы № 13

Задание № 1

Отделите вещественную и мнимую части функции.

Задание № 2

Вычислите значение производной функции в данной точке $z_0 = x_0 + iy_0$.

Задание № 3

Докажите, что функция $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ дифференцируема на всей комплексной плоскости и найдите её производную $f'(z)$.

Задание № 4

Докажите, что существует аналитическая функция с данной вещественной $(u(x, y))$ или мнимой $(v(x, y))$ частью и восстановите её при заданном условии $f(z_0) = z_1$.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующим учебным пособием:

1. Слободинская,Т.В. Н.М. Климовицкая, А.А. Груздков Элементы теории функций комплексной переменной: учебное пособие / Т.В. Слободинская, Н.М. Климовицкая, А.А. Груздков. СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2012 — 93 с.

Условия задач контрольной работы № 13

Вариант № 1.

1. $f(z) = z^3 - 2z^2 + 3z + 3.$
2. $f(z) = z^3 - 2z^2 + 3z + 3, \quad z_0 = 2 + 2i.$
3. $f(z) = \left(2x^3 - 6xy^2 + x^2 - y^2 - 3x + 2\right) + i\left(6x^2y - 2y^3 + 2xy - 3y\right).$
4. $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 2x^2 + 2y^2 + 2x; \quad f(i) = 2 - 2i.$

Вариант № 2.

1. $f(z) = 2z^3 + z^2 - 3z + 2.$

2. $f(z) = 2z^3 + z^2 - 3z + 2, \quad z_0 = -2 + 2i.$

3. $f(z) = \left(x^3 - 3xy^2 - 2x^2 + 2y^2 + 3x\right) + i\left(3x^2y - y^3 - 4xy + 3y + 3\right).$

4. $v(x, y) = 3x^2y - y^3 - 4xy + 2y - 3; \quad f(i) = 2 - 2i.$

Вариант № 3.

1. $f(z) = 2z^3 - 3z^2 + z + 2.$

2. $f(z) = 2z^3 - 3z^2 + z + 2, \quad z_0 = -2 + 2i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 2x + 1\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 + 6xy + 2y\right).$

4. $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 3x; \quad f(-i) = -3.$

Вариант № 4.

1. $f(z) = 3z^3 + 3z^2 + 2z + 1.$

2. $f(z) = 3z^3 + 3z^2 + 2z + 1, \quad z_0 = -2 - 2i.$

3. $f(z) = \left(2x^3 - 6xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + x + 2\right) + i\left(6x^2y - 2y^3 - 6xy + y\right).$

4. $v(x, y) = 3x^2y - y^3 + 6xy + 3y + 2; \quad f(-i) = -3.$

Вариант № 5.

1. $f(z) = 3z^3 + 2z^2 - 3z - 3.$

2. $f(z) = 3z^3 + 2z^2 - 3z - 3, \quad z_0 = 1 + 3i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 - 2x^2 + 2y^2 + 3x + 1\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 - 4xy + 3y\right).$

4. $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + 3x; \quad f(-i) = 3.$

Вариант № 6.

1. $f(z) = 3z^3 - 2z^2 + 3z + 1.$

2. $f(z) = 3z^3 - 2z^2 + 3z + 1, \quad z_0 = 1 - 3i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 + 2x^2 - 2y^2 - 3x - 3\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 + 4xy - 3y\right).$

4. $v(x, y) = 3x^2y - y^3 - 6xy + 3y + 2; \quad f(-i) = 3.$

Вариант № 7.

1. $f(z) = 2z^3 + 2z^2 - 3z + 1.$

2. $f(z) = 2z^3 + 2z^2 - 3z + 1, \quad z_0 = -1 - 3i.$

3. $f(z) = \left(2x^3 - 6xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + 2x + 1\right) + i\left(6x^2y - 2y^3 - 6xy + 2y\right).$

4. $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 3x^2 + 3y^2 - 3x; \quad f(i) = 3 - 2i.$

Вариант № 8.

1. $f(z) = 2z^3 - 3z^2 + 2z + 1.$

2. $f(z) = 2z^3 - 3z^2 + 2z + 1, \quad z_0 = -1 + 3i.$

3. $f(z) = \left(2x^3 - 6xy^2 + 2x^2 - 2y^2 - 3x + 1\right) + i\left(6x^2y - 2y^3 + 4xy - 3y\right).$

4. $v(x, y) = 3x^2y - y^3 - 6xy - 3y + 2; \quad f(i) = 3 - 2i.$

Вариант № 9.

1. $f(z) = 2z^3 - 3z^2 - z + 1.$

2. $f(z) = 2z^3 - 3z^2 - z + 1, \quad z_0 = 1 + 2i.$

3. $f(z) = \left(2x^3 - 6xy^2 - x^2 + y^2 - 3x + 2\right) + i\left(6x^2y - 2y^3 - 2xy - 3y\right).$

4. $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 - 3x; \quad f(-i) = -3 + 2i.$

Вариант № 10.

1. $f(z) = 2z^3 - z^2 - 3z + 2.$

2. $f(z) = 2z^3 - z^2 - 3z + 2, \quad z_0 = 1 - 2i.$

3. $f(z) = \left(2x^3 - 6xy^2 - 3x^2 + 3y^2 - x + 1\right) + i\left(6x^2y - 2y^3 - 6xy - y\right).$

4. $v(x, y) = 3x^2y - y^3 + 6xy - 3y - 2; \quad f(i) = -3 - 6i.$

Вариант № 11.

1. $f(z) = z^3 + 2z^2 - 3z + 3.$

2. $f(z) = z^3 + 2z^2 - 3z + 3, \quad z_0 = -1 - 2i.$

3. $f(z) = \left(x^3 - 3xy^2 - 2x^2 + 2y^2 - 3x + 3\right) + i\left(3x^2y - y^3 - 4xy - 3y\right).$

4. $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 2x^2 + 2y^2 + 3x; \quad f(1) = 2 + 3i.$

Вариант № 12.

1. $f(z) = z^3 - 2z^2 - 3z + 3.$

2. $f(z) = z^3 - 2z^2 - 3z + 3, \quad z_0 = -1 + 2i.$

3. $f(z) = \left(x^3 - 3xy^2 + 2x^2 - 2y^2 - 3x + 3\right) + i\left(3x^2y - y^3 + 4xy - 3y\right).$

4. $v(x,y) = 3x^2y - y^3 - 4xy + 3y + 3; \quad f(1) = 2 + 3i.$

Вариант № 13.

1. $f(z) = z^3 - 2z^2 + 2z - 3.$

2. $f(z) = z^3 - 2z^2 + 2z - 3, \quad z_0 = 2 + i.$

3. $f(z) = \left(x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 3x + 2\right) + i\left(3x^2y - y^3 + 6xy + 3y\right).$

4. $u(x,y) = 2x^3 - 6xy^2 + x^2 - y^2 - 3x; \quad f(-1) = -4 + 2i.$

Вариант № 14.

1. $f(z) = z^3 + 3z^2 + 3z + 2.$

2. $f(z) = z^3 + 3z^2 + 3z + 2, \quad z_0 = 2 - i.$

3. $f(z) = \left(x^3 - 3xy^2 - 2x^2 + 2y^2 + 2x - 3\right) + i\left(3x^2y - y^3 - 4xy + 2y\right).$

4. $v(x,y) = 6x^2y - 2y^3 + 2xy - 3y + 2; \quad f(-1) = -4 + 2i.$

Вариант № 15.

1. $f(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 2.$

2. $f(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 2, \quad z_0 = -2 - i.$

3. $f(z) = \left(x^3 - 3xy^2 - 3x^2 + 3y^2 - 3x + 2\right) + i\left(3x^2y - y^3 - 6xy - 3y\right).$

4. $u(x,y) = 2x^3 - 6xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + x; \quad f(1) = 2i.$

Вариант № 16.

1. $f(z) = z^3 - 3z^2 - 3z + 2.$

2. $f(z) = z^3 - 3z^2 - 3z + 2, \quad z_0 = -2 + i.$

3. $f(z) = \left(x^3 - 3xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + 3x + 2\right) + i\left(3x^2y - y^3 - 6xy + 3y\right).$

4. $v(x,y) = 6x^2y - 2y^3 - 6xy + y + 2; \quad f(1) = 2i.$

Вариант № 17.

1. $f(z) = z^3 + 3z^2 - 3z - 2.$

2. $f(z) = z^3 + 3z^2 - 3z - 2, \quad z_0 = 1 + i.$

3. $f(z) = \left(2x^3 - 6xy^2 - 2x^2 + 2y^2 - 3x + 2\right) + i\left(6x^2y - 2y^3 - 4xy - 3y\right).$

4. $u(x,y) = 3x^3 - 9xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 2x; \quad f(i) = -3.$

Вариант № 18.

1. $f(z) = z^3 - 2z^2 - 3z + 2.$

2. $f(z) = z^3 - 2z^2 - 3z + 2, \quad z_0 = 1 - i.$

3. $f(z) = \left(x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 - 3x - 2\right) + i\left(3x^2y - y^3 + 6xy - 3y\right).$

4. $v(x,y) = 9x^2y - 3y^3 + 6xy + 2y + 1; \quad f(i) = -2 + i.$

Вариант № 19.

1. $f(z) = 2z^3 + 3z^2 - 2z - 2.$

2. $f(z) = 2z^3 + 3z^2 - 2z - 2, \quad z_0 = -1 - i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 + x^2 - y^2 - x + 2\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 + 2xy - y\right).$

4. $u(x,y) = 3x^3 - 9xy^2 + 2x^2 - 2y^2 - 3x; \quad f(1) = 2 - 3i.$

Вариант № 20.

1. $f(z) = 3z^3 + z^2 - z + 2.$

2. $f(z) = 3z^3 + z^2 - z + 2, \quad z_0 = -1 + i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 - x^2 + y^2 + x - 2\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 - 2xy + y\right).$

4. $v(x,y) = 9x^2y - 3y^3 + 4xy - 3y - 3; \quad f(1) = 2 - 3i.$

Вариант № 21.

1. $f(z) = 3z^3 - z^2 + z - 2.$

2. $f(z) = 3z^3 - 2z^2 + z - 2, \quad z_0 = 2i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 + x^2 - y^2 - x + 2\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 + 2xy - y\right).$

4. $u(x,y) = 3x^3 - 9xy^2 - 2x^2 + 2y^2 + 3x; \quad f(1) = 4 + i.$

Вариант № 22.

1. $f(z) = 3z^3 - 2z^2 + z + 3.$

2. $f(z) = 3z^3 - 2z^2 + 3z + 3, \quad z_0 = -2i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + x - 1\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 - 6xy + y\right).$

4. $v(x,y) = 9x^2y - 3y^3 - 4xy + 3y + 1; \quad f(1) = 4 + i.$

Вариант № 23.

1. $f(z) = 3z^3 - 3z^2 + z - 1.$

2. $f(z) = 3z^3 - 3z^2 + z - 1, \quad z_0 = 3i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 - 2x^2 + 2y^2 + x + 3\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 - 4xy + y\right).$

4. $u(x,y) = 2x^3 - 6xy^2 + 2x^2 - 2y^2 - 3x; \quad f(-1) = 3 + i.$

Вариант № 24.

1. $f(z) = 3z^3 + 3z^2 - 2z + 2.$

2. $f(z) = 3z^3 + 3z^2 - 2z + 2, \quad z_0 = -3i.$

3. $f(z) = \left(3x^3 - 9xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + x - 1\right) + i\left(9x^2y - 3y^3 - 6xy + y\right).$

4. $v(x,y) = 6x^2y - 2y^3 + 4xy - 3y + 1; \quad f(-1) = 3 + i.$

Вариант № 25.

1. $f(z) = 3z^3 + 2z^2 - 2z + 1.$

2. $f(z) = 3z^3 + 2z^2 - 2z + 1, \quad z_0 = 2i.$

3. $f(z) = \left(2x^3 - 6xy^2 + 4x^2 - 4y^2 - 5\right) + i\left(6x^2y - 2y^3 + 8xy\right).$

4. $u(x,y) = 2x^3 - 6xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + 2x; \quad f(1) = 1 + i.$

Контрольная работа № 14

Содержание контрольной работы № 14

Задание № 1

Вычислите интеграл от функции комплексной переменной

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

по данной дуге $\breve{AB}$.

Задание № 2

Вычислите интеграл от аналитической функции.

Задание № 3

Примените интегральную формулу Коши для вычисления интеграла по замкнутому контуру.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующим учебным пособием:

1. Слободинская,Т.В. Н.М. Климовицкая, А.А. Груздков Элементы теории функций комплексной переменной: учебное пособие / Т.В. Слободинская, Н.М. Климовицкая, А.А. Груздков. СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2012 — 93 с.

Условия задач контрольной работы № 14

Вариант № 1.

1. $f(z) = (3xy + 2y + 1) + i\,(2xy + 3x + 4)\,,$

   $\breve{AB}:\; y = x^2 + 2x + 3, \quad A(0; 3),\; B(1; 6).$

2. $\displaystyle\int\limits_{1-6i}^{1+i} \left(3z^2 + 2z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1|=2} \frac{z+3}{(z+2)(z-1-i)}\, dz.$

Вариант № 2.

1. $f(z) = (-xy + 2x - 2y + 1) + i\,(-2xy + x + y + 1)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = 2x^2 + x + 3, \quad A(-1;4),\ B(0;3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{2-5i}^{1+2i} \left(3z^2 + 4z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-1|=2} \frac{z+2}{(z+3)(z-1+i)}\, dz.$

Вариант № 3.

1. $f(z) = (-3xy - 2y + 1) + i\,(-2xy + 3x + 3)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = 2x^2 - 2x + 3, \quad A(0;3),\ B(2;7).$

2. $\displaystyle\int\limits_{3-4i}^{1+3i} \left(3z^2 + 6z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z+1|=2} \frac{z-3}{(z-2)(z+1+i)}\, dz.$

Вариант № 4.

1. $f(z) = (2xy - x - y + 1) + i\,(3xy + 2x + 2y + 1)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = x^2 - 2x - 3, \quad A(-4;5),\ B(0;-3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{4-3i}^{1+4i} \left(3z^2 - 2z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z+1|=2} \frac{z-2}{(z-3)(z+1-i)}\, dz.$

Вариант № 5.

1. $f(z) = (2xy + 3y + 1) + i\,(xy + 3x + 2)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = x^2 + 2x + 3, \quad A(-1;2),\ B(1;6).$

2. $\displaystyle\int\limits_{5-2i}^{1+5i} \left(3z^2 - 4z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-2|=\frac{3}{2}} \frac{z-4}{(z+1)(z-2-i)}\, dz.$

Вариант № 6.

1. $f(z) = (xy - x + 2y + 2) + i\,(3xy + x + y)\,,$

$\breve{AB}:\ y = 2x^2 + x + 3, \quad A(-1;4),\ B(2;13).$

2. $\displaystyle\int\limits_{6-i}^{1+6i} \left(3z^2 - 6z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-2|=\frac{3}{2}} \frac{z+1}{(z-4)(z-2+i)}\, dz.$

Вариант № 7.

1. $f(z) = (3xy + 2y - 1) + i\,(-2xy + 3x - 3)\,,$

$\breve{AB}:\ y = 2x^2 - 2x + 3, \quad A(0;3),\ B(1;3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{-6-i}^{2+i} \left(3z^2 - 2z - 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z+2|=\frac{3}{2}} \frac{z+4}{(z-1)(z+2+i)}\, dz.$

Вариант № 8.

1. $f(z) = (2xy + x - y - 1) + i\,(-xy - 2x + 3y + 2)\,,$

$\breve{AB}:\ y = x^2 - 2x - 3, \quad A(-1;0),\ B(0;-3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{2+2i}^{-5+2i} \left(3z^2 - 4z - 1\right) dz.$

3. $$\oint\limits_{|z+2|=\frac{3}{2}} \frac{z-1}{(z+4)(z+2-i)}\,dz.$$

Вариант № 9.

1. $f(z) = (xy + 3x - 3y) + i\,(-3xy + x + 1)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = 3x^2 + x - 5, \quad A(0;-5),\ B(2;9).$

2. $$\int\limits_{-4+3i}^{2+3i} \left(3z^2 - 6z - 1\right) dz.$$

3. $$\oint\limits_{|z-2i|=2} \frac{z-1}{(z-2)(z-1-2i)}\,dz.$$

Вариант № 10.

1. $f(z) = (2xy + 3x + 1) + i\,(xy + 2x + 3y)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = x^2 + 2x + 3, \quad A(-2;3),\ B(0;3).$

2. $$\int\limits_{-3-4i}^{-3+4i} \left(3z^2 + 2z + 3\right) dz.$$

3. $$\oint\limits_{|z+2i|=2} \frac{z-2}{(z-1)(z-1+2i)}\,dz.$$

Вариант № 11.

1. $f(z) = (xy + 2x + 2y - 1) + i\,(2xy + x - 2y + 1)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = 2x^2 + x + 3, \quad A(-1;4),\ B(1;6).$

2. $$\int\limits_{-2+5i}^{2+5i} \left(3z^2 + 4z + 3\right) dz.$$

3. $$\oint\limits_{|z+2i|=2} \frac{z+1}{(z+2)(z+1+2i)}\,dz.$$

Вариант № 12.

1. $f(z) = (-3xy + 2y - 1) + i\,(2xy + 3x + 3)\,,$

$\breve{AB}: \ y = 2x^2 - 2x + 3, \quad A(-1;7), \ B(2;7).$

2. $\displaystyle\int\limits_{-1+6i}^{2+6i} \left(3z^2 + 6z + 2\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-2i|=2} \frac{z+2}{(z+1)(z+1-2i)}\, dz.$

Вариант № 13.

1. $f(z) = (xy - 2x - 2y + 1) + i\,(3xy - x - y + 2)\,,$

$\breve{AB}: \ y = x^2 - 2x - 3, \quad A(0;-3), \ B(1;-4).$

2. $\displaystyle\int\limits_{1-6i}^{3+i} \left(3z^2 - 2z + 3\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-2|=3} \frac{z+2}{(z+3)(z-2-2i)}\, dz.$

Вариант № 14.

1. $f(z) = (xy + 2x - y + 2) + i\,(-xy - 2x - 2y)\,,$

$\breve{AB}: \ y = 3x^2 + x + 1, \quad A(-1;3), \ B(0;1).$

2. $\displaystyle\int\limits_{2+5i}^{3+2i} \left(3z^2 - 4z + 3\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-2|=3} \frac{z+3}{(z+2)(z-2+2i)}\, dz.$

Вариант № 15.

1. $f(z) = (3xy + 2x + 1) + i\,(xy + 2y + 3)\,,$

$\breve{AB}: \ y = x^2 + 2x + 3, \quad A(0;3), \ B(2;11).$

2. $\displaystyle\int\limits_{3+4i}^{3+3i} \left(3z^2 - 6z + 2\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z+2|=3} \frac{z-2}{(z-3)(z+2+2i)}\,dz.$

Вариант № 16.

1. $f(z) = (2xy - 2x + y + 1) + i\,(-xy + 2x + 2y + 1)\,,$

$\breve{AB}:\ y = 2x^2 + x + 3, \quad A(-2;9),\ B(0;3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{4+3i}^{3+4i} \left(6z^2 + 2z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z+2|=3} \frac{z-3}{(z-2)(z+2-2i)}\,dz.$

Вариант № 17.

1. $f(z) = (3xy + 2x + 1) + i\,(xy - 3x + y + 3)\,,$

$\breve{AB}:\ y = 2x^2 - 2x + 3, \quad A(-1;7),\ B(1;3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{5+2i}^{3+5i} \left(6z^2 + 4z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-3|=1{,}5} \frac{z-1}{(z-5)(z-3-i)}\,dz.$

Вариант № 18.

1. $f(z) = (xy - 2x - y - 1) + i\,(-xy - x + 2y + 3)\,,$

$\breve{AB}:\ y = x^2 - 2x - 3, \quad A(-1;0),\ B(2;-3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{6+i}^{3+6i} \left(6z^2 + 6z + 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-3|=1{,}5} \frac{z-5}{(z-1)(z-3+i)}\,dz.$

Вариант № 19.

1. $f(z) = (xy - 3x + 3y) + i\,(3xy - 3y + 2)\,,$

$\breve{AB}: \; y = 3x^2 + x + 1, \quad A(0;1), \; B(1;5).$

2. $\displaystyle\int\limits_{-6-i}^{4+i} \left(6z^2 - 2z - 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z+3|=1{,}5} \frac{z+1}{(z-1)(z+3+i)}\, dz.$

Вариант № 20.

1. $f(z) = (xy + 2y + 3) + i\,(2xy + 3y + 2)\,,$

$\breve{AB}: \; y = x^2 + 2x + 3, \quad A(-1;2), \; B(0;3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{-5-2i}^{4+2i} \left(6z^2 - 4z - 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z+3|=1{,}5} \frac{z-1}{(z+1)(z+3-i)}\, dz.$

Вариант № 21.

1. $f(z) = (2xy - x + 2y + 2) + i\,(-2xy + x + y + 2)\,,$

$\breve{AB}: \; y = 2x^2 - 2x + 3, \quad A(0;3), \; B(2;9).$

2. $\displaystyle\int\limits_{-4-3i}^{4+3i} \left(6z^2 - 6z - 1\right) dz.$

3. $\displaystyle\oint\limits_{|z-3i|=2} \frac{z+1}{(z-2)(z-1-3i)}\, dz.$

Вариант № 22.

1. $f(z) = (-2xy + y + 1) + i\,(3xy + x + y + 3)\,,$

$\breve{AB}: \; y = 2x^2 - 2x + 3, \quad A(-2;15), \; B(0;3).$

2. $\displaystyle\int\limits_{-3-4i}^{4+4i} \left(9z^2 + 2z + 1\right) dz.$

3. $$\oint\limits_{|z-3i|=2} \frac{z-2}{(z+1)(z+1-3i)}\,dz.$$

Вариант № 23.

1. $f(z) = (3xy - x - y) + i\,(2xy + 3x + 2y + 3)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = x^2 - 2x - 3, \quad A(-1;0),\ B(1;-4).$

2. $$\int\limits_{-2-5i}^{4+5i} \left(9z^2 + 4z + 2\right) dz.$$

3. $$\oint\limits_{|z+3i|=2} \frac{z-1}{(z+2)(z+1+3i)}\,dz.$$

Вариант № 24.

1. $f(z) = (xy - 2x + y - 1) + i\,(2xy + 2y + 3)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = 3x^2 + x + 1, \quad A(-1;3),\ B(2;15).$

2. $$\int\limits_{-1-6i}^{4+6i} \left(9z^2 + 6z + 2\right) dz.$$

3. $$\oint\limits_{|z+3i|=2} \frac{z+2}{(z-1)(z-1+3i)}\,dz.$$

Вариант № 25.

1. $f(z) = (xy + 3x + 2y) + i\,(3xy + x + 2y + 2)\,,$

   $\breve{AB}:\ y = x^2 + 2x + 3, \quad A(0;3),\ B(1;6).$

2. $$\int\limits_{3+2i}^{5+i} \left(9z^2 - 4z + 6\right) dz.$$

3. $$\oint\limits_{|z-3|=2{,}5} \frac{z+2}{(z+1)(z-3-2i)}\,dz.$$