

Задача 1. Вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 22 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & -23 & -1 & 1 \\ 6 & 6 & 11 & -2 \\ 15 & 9 & 3 & -66 \end{pmatrix}$$

путём разложения по столбцу с номером 1.

Решение:

Разложение определителя матрицы по столбцу позволяет свести вычисление определителя матрицы к вычислению определителей матриц размером на единицу меньше, а именно, определитель матрицы равен сумме произведений элементов фиксированного столбца на их алгебраические дополнения. При этом алгебраическим дополнением элемента матрицы, стоящего в i -ой строке и j -ом столбце, является определитель матрицы размера на единицу меньше, полученной из первоначальной матрицы путём выкидывания из неё i -ой строчки и j -ого столбца, взятый с множителем $(-1)^{i+j}$.

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} 22 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & -23 & -1 & 1 \\ 6 & 6 & 11 & -2 \\ 15 & 9 & 3 & -66 \end{vmatrix} = \\ &= (-1)^2 22 \begin{vmatrix} -23 & -1 & 1 \\ 6 & 11 & -2 \\ 9 & 3 & -66 \end{vmatrix} + (-1)^3 (-1) \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 6 & 11 & -2 \\ 9 & 3 & -66 \end{vmatrix} + \\ &+ (-1)^4 6 \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -23 & -1 & 1 \\ 9 & 3 & -66 \end{vmatrix} + (-1)^5 15 \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -23 & -1 & 1 \\ 6 & 11 & -2 \end{vmatrix} = \\ &= 22((-23) \cdot 11 \cdot (-66) + (-1) \cdot (-2) \cdot 9 + 6 \cdot 3 \cdot 1 - 9 \cdot 11 \cdot 1 - 6 \cdot (-1) \cdot (-66) - 3 \cdot (-2) \cdot (-23)) + \\ &+ 1(3 \cdot 11 \cdot (-66) + 1 \cdot (-2) \cdot 9 + 6 \cdot 3 \cdot (-1) - 9 \cdot 11 \cdot (-1) - 6 \cdot 1 \cdot (-66) - 3 \cdot (-2) \cdot 3) + \\ &+ 6(3 \cdot (-1) \cdot (-66) + 1 \cdot 1 \cdot 9 + (-23) \cdot 3 \cdot (-1) - 9 \cdot (-1) \cdot (-1) - (-23) \cdot 1 \cdot (-66) - 3 \cdot 1 \cdot 3) + \\ &+ (-15)(3 \cdot (-1) \cdot (-2) + 1 \cdot 1 \cdot 6 + (-23) \cdot 11 \cdot (-1) - 6 \cdot (-1) \cdot (-1) - (-23) \cdot 1 \cdot (-2) - 11 \cdot 1 \cdot 3) = \\ &= 22(16698 + 18 + 18 - 99 - 396 - 138) + 1(-2178 - 18 - 18 + 99 + 396 + 18) + \\ &+ 6(198 + 9 + 69 - 9 - 1518 - 9) + (-15)(6 + 6 + 253 - 6 - 46 - 33) = \\ &= 22 \cdot 16101 + 1 \cdot (-1701) + 6 \cdot (-1260) + (-15) \cdot 180 = 342261. \end{aligned}$$

Ответ: определитель равен 342261.

Решение выполнено автоматически.

Программу – учебное пособие разработал Артемий Берлинков.

Web-интерфейс Павла Лапина.