

**Задача 1.** Вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \\ 6 & 6 & 1 & -2 \\ 15 & 9 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

путём разложения по строчке с номером 1.

*Решение:* Разложение определителя матрицы по строчке позволяет свести вычисление определителя матрицы к вычислению определителей матриц размером на единицу меньше, а именно, определитель матрицы равен сумме произведений элементов фиксированной строчки на их алгебраические дополнения. При этом алгебраическим дополнением элемента матрицы, стоящего в  $i$ -ой строке и  $j$ -том столбце, является определитель матрицы размера на единицу меньше, полученной из первоначальной матрицы путём выкидывания из неё  $i$ -ой строчки и  $j$ -ого столбца, взятый с множителем  $(-1)^{i+j}$ .

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \\ 6 & 6 & 1 & -2 \\ 15 & 9 & 3 & -6 \end{vmatrix} = \\ &= (-1)^2 2 \begin{vmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 6 & 1 & -2 \\ 9 & 3 & -6 \end{vmatrix} + (-1)^3 3 \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 6 & 1 & -2 \\ 15 & 3 & -6 \end{vmatrix} + \\ &+ (-1)^4 1 \begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 6 & 6 & -2 \\ 15 & 9 & -6 \end{vmatrix} + (-1)^5 (-1) \begin{vmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 6 & 6 & 1 \\ 15 & 9 & 3 \end{vmatrix} = \\ &= 2((-2) \cdot 1 \cdot (-6) + (-1) \cdot (-2) \cdot 9 + 6 \cdot 3 \cdot 1 - 9 \cdot 1 \cdot 1 - 6 \cdot (-1) \cdot (-6) - 3 \cdot (-2) \cdot (-2)) + \\ &+ (-3)((-1) \cdot 1 \cdot (-6) + (-1) \cdot (-2) \cdot 15 + 6 \cdot 3 \cdot 1 - 15 \cdot 1 \cdot 1 - 6 \cdot (-1) \cdot (-6) - 3 \cdot (-2) \cdot (-1)) + \\ &+ 1((-1) \cdot 6 \cdot (-6) + (-2) \cdot (-2) \cdot 15 + 6 \cdot 9 \cdot 1 - 15 \cdot 6 \cdot 1 - 6 \cdot (-2) \cdot (-6) - 9 \cdot (-2) \cdot (-1)) + \\ &+ 1((-1) \cdot 6 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 \cdot 15 + 6 \cdot 9 \cdot (-1) - 15 \cdot 6 \cdot (-1) - 6 \cdot (-2) \cdot 3 - 9 \cdot 1 \cdot (-1)) = \\ &= 2(12 + 18 + 18 - 9 - 36 - 12) + (-3)(6 + 30 + 18 - 15 - 36 - 6) + \\ &+ 1(36 + 60 + 54 - 90 - 72 - 18) + 1(-18 - 30 - 54 + 90 + 36 + 9) = \\ &= 2 \cdot (-9) + (-3) \cdot (-3) + 1 \cdot (-30) + 1 \cdot 33 = -6. \end{aligned}$$

**Ответ:** определитель равен  $-6$ .

Решение выполнено автоматически.

Программу – учебное пособие разработал Артемий Берлинков.

Web-интерфейс Павла Лапина.